



INCONTRO
NAZIONALE
AIRM

19 GIUGNO 2025

Interventi programmati

Lidia Abate - Rozzano

Antonella Giacomini - Belluno

Rosa Iaderosa - Milano

Giunia Percario - Toscana

Maria Polo - Cagliari

**Discussione/riflessione con l'intervento
di partecipanti da tutte le sedi**

Perché questo incontro

Vorremmo riuscire nel prossimo anno a condividere il più possibile, la formazione comune prima della gara, l'elaborazione e la revisione dei problemi, le riflessioni dopo la gara, le statistiche e le analisi a posteriori...

Per riuscire al meglio avremo bisogno di confrontarci frequentemente e di concordare le linee comuni della formazione. Speriamo in molti incontri come questo, in cui rifletteremo insieme...



**Linguaggi
per
spiegare...
riflessioni
sui
processi
risolutivi di
un
problema**

AIRM - 1° Rally - QUANTE CLASSI?



Categorie	Aosta	Belluno	Cagliari con Perugia	Lazio	Milano	Rozzano	Toscana	Svizzera	Numero tot. per cat.
3	4	25	22	12	55	56	70	-	244
4	10	27	20	11	87	79	80	-	314
5	6	32	22	10	72	69	84	-	295
6	25	34	47	34	120	53	177	8	498
7	22	32	43	35	136	51	194	16	529
8	25	22	36	29	42	26	127	9	316
9		-	15	-	36	-	21	26	98
10		-	16	-	41	-	17	-	74
Totale classi	92	172	221	131	589	334	770	59	2368

I problemi e gli elaborati scelti, da tutti gli enti che hanno partecipato alla gara per le analisi a-posteriori, sono tra quelli che evidenziano maggiormente i tre punti di attenzione considerati:
linguaggio, argomentazione, rappresentazioni

- Festa di compleanno (cat. 8, 9, 10)
- I gattini (cat. 3)
- Il parco giochi (cat. 3)
- Il computer (cat. 5, 6, 7)
- Al parco (cat. 7, 8, 9, 10)
- Biglie (cat. 6, 7, 8, 9)

I GATTINI

I PROVA 2025 - Categoria 3

aspetti legati a:

- *negazione*
- *3 affermazioni di cui tener conto contemporaneamente*
- *trasformazione dati in negativo*
- *argomentazione*

I GATTINI AIRM.I.02.Cat. 3

Sara, Rita e Tina parlano dei loro gattini.

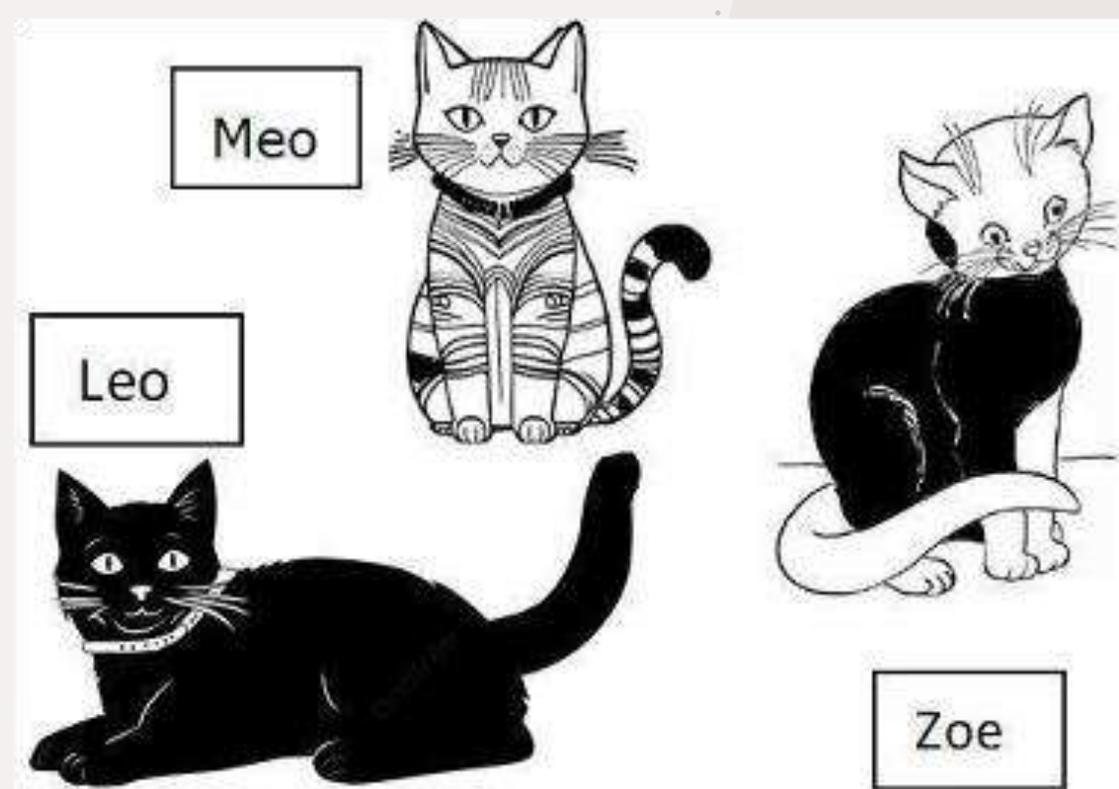
Sara dice: “Il mio gattino è tutto nero.”

Rita afferma: “Il mio gattino porta il collare.”

Tina aggiunge: “Il mio gattino ha la coda bianca.” Nessuna delle tre bambine dice la verità.

Come si chiama il gattino di Tina?

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.



Risposta corretta:
“Il gattino di Tina si chiama Leo”

Negazione: quante difficoltà!

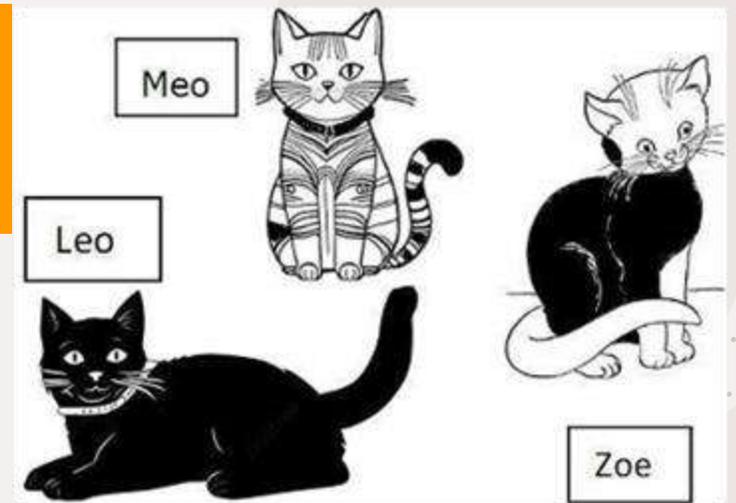
Dal vocabolario Treccani:

- **Nessuno**- agg. e pron. indef. serve per escludere in maniera assoluta l'esistenza o la presenza o altra qualità o condizione di una persona, di un animale, di una cosa;
- **Non**- avverbio di negazione serve a negare o escludere il concetto espresso dal vocabolo cui si premette... **non** in logica matematica, corrisponde il connettivo rappresentato dal simbolo \neg e detto appunto, \rightarrow negazione. Dato un enunciato A , la sua negazione è l'enunciato $\neg A$ che si legge «non A ».
- **Non**- spesso nel linguaggio corrente è considerato l'opposto o il contrario.

Non è stato considerato:

«Nessuna delle tre bambine dice la verità».

ABBIAMO RAGIONATO LEGGENDO 2,3 VOLTE E ABBIAMO
LETTO QUELLO CHE HA DETTO TINA ALLE SUE AMICHE
E TINA HA DETTO ALLE SUE AMICHE CHE IL SUO GATTO
HA LA CODA BIANCA E ABBIAMO GUARDATO I GATTINI
E ABBIAMO SCOPERTO CHE LA GATTINA CON LA CODA BIANCA
E' ZOE.



Risposta parziale con un inizio di appropriazione del testo: per loro Meo ha tutte le caratteristiche

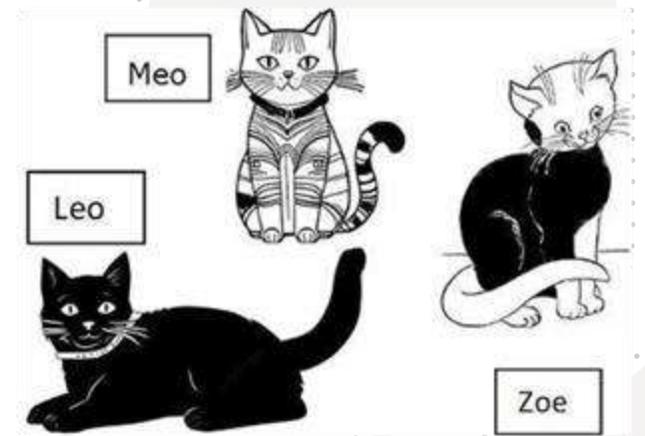
Intersezione logica

Non abbiamo ragionato così, il gattino Meo ha tutte le caratteristiche e un po' nero, porta il collare e ha la coda un po' bianca.

Il non è stato considerato come negazione ma l'appropriazione del compito è parziale

NOI ABBIAMO CALCOLATO. ABBIAMO PARLATO
AD ESCLUSIONE, PERCHÉ: SE OGNI BAMBINA MENTIVA,
NOI ABBIAMO VISTO CHE IN REALTÀ PARLAVANO
TUTTE DI ZOE. EFFETTIVAMENTE
QUANDO LARA HA DETTO CHE IL
SUO GATTINO ERA TUTTO NERO, MENTIVA
E DICEVA CHE ERA IN REALTÀ ZOE.
QUINDI, NON ERA COMPLETAMENTE NERO.
POI, QUANDO RITA DICE CHE IL SUO
PORTA IL COLLARE NON ERA NERO, ME O
E LEO LO PORTAVO, MA ZOE NO.
MA QUANDO TINA DICE CHE IL
SUO HA LA CODA BIANCA, VOLEVA INTEN-
DERE UN ALTRO GATTO, CHE NON ERA SUO.
QUINDI IL GATTO DI TINA È ZOE!

Manca la considerazione delle tre affermazioni contemporaneamente ... Entra in gioco la componente emotiva?

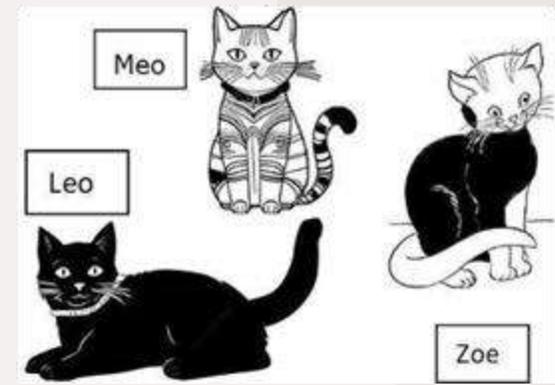


Nella prima parte: «Calcolato... In realtà parlavano tutte di Zoe» poi si intravede un'argomentazione: «...Non era completamente nero...» poi per giustificare che le tre bambine stanno indicando lo stesso gatto:, dicono che «...Tina voleva intendere un altro gatto, che non era il suo, quindi il gatto di Tina è Zoe»

Comprensione della negazione come nel linguaggio corrente: il non è stato considerato come opposto.

ABBIAMO FATTO UNO SCHEMINO CHE SPIEGA I GATTINI FALSI DA QUELLI VERI CHE ABBIAMO TROVATO DOPO IL PROCEDIMENTO DELLO SCHEMINO SCHEMINO SCRIVENDO INOMI FALSI POI ~~ABBIAMO~~ SOTTO ABBIAMO SCRITTO I NOMI VERI E QUINDI CI È VENUTO CHE ZOE È SARA, MEO È TINA, LEO È RITA. QUESTI SONO I NOMI VERI.

FALSO	FALSO	FALSO
TINA	RITA	SARA
È	È	È
ZOE	MEO	LEO
↓	↓	↓
SARA	TINA	RITA



Nel testo:

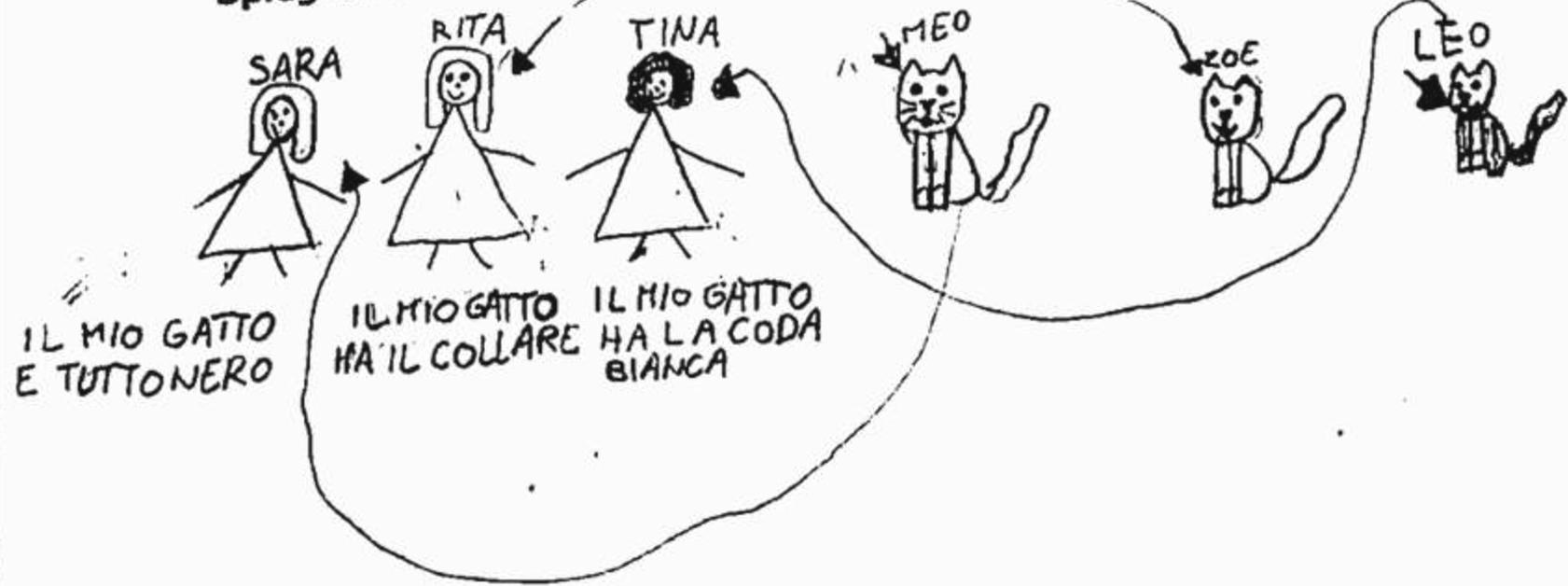
Sara dice: “Il mio gattino è tutto nero.”

Rita afferma: “Il mio gattino porta il collare.”

Tina aggiunge: “Il mio gattino ha la coda bianca.”

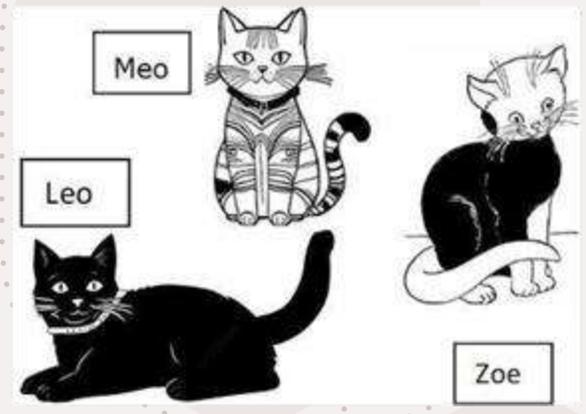
Assegnato ad ogni bambina il gatto prima considerando le affermazioni come se fossero vere, poi sapendo che sono false usano una freccia per indicare a chi appartiene nella realtà.

Spiegate come avete ragionato...



RISPOSTA:

IL GATTINO DI TINA SI CHIAMA LEO, PERCHE' TINA DICEVA CHE IL SUO GATTINO HA LA CODA BIANCA MA VISTO CHE DICEVANO TUTTE UNA BUGIA IL GATTO DI TINA NON HA LA CODA BIANCA



L'argomentazione del ragionamento è parziale

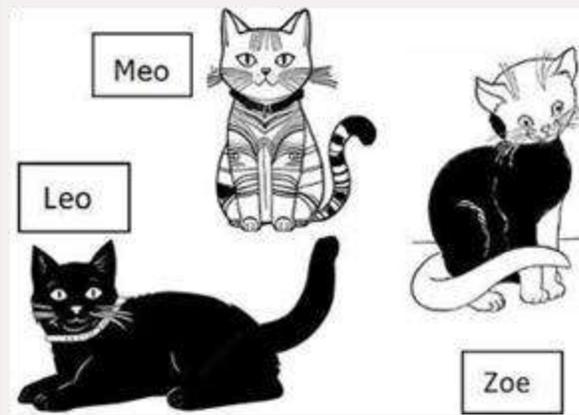
Il disegno con le frecce che rappresenta la risposta non permette di capire con quale ordine cronologico si è sviluppato il procedimento risolutivo

I bambini hanno trasformato i dati in negativo (inizio di strategia risolutiva). Nel testo:

Sara dice: "Il mio gattino è tutto nero."

Rita afferma: "Il mio gattino porta il collare."

Tina aggiunge: "Il mio gattino ha la coda bianca."



Deduzione con interpretazione della affermazione di Rita-
"il gatto senza collare è solo uno e allora è Zoe, e allora visto che..."

RISOLVO

DATI

Sara: Non ha il gatto nero.

Rita: Non ha il gatto col collare.

Tina: Non ha il gatto col la coda bianca.

RISPOSTA

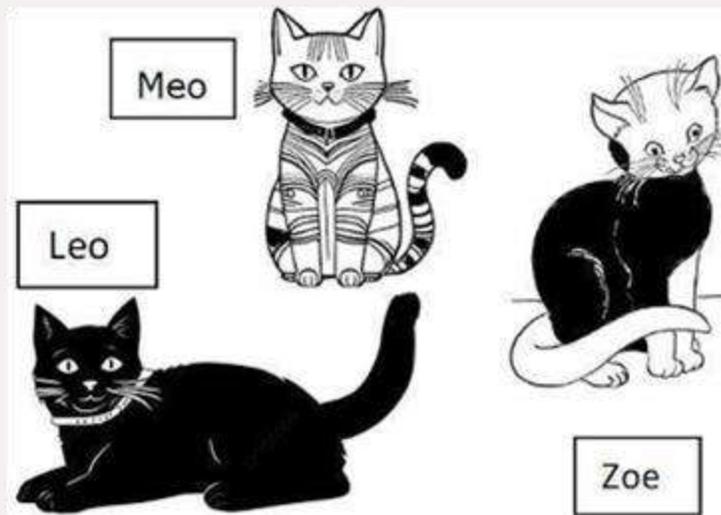
Il gattino di Tina si chiama Leo

il gatto di tina e' leo.
che:
visto tutte dicevano una bugia,
e Rita aveva il gatto senza il collare,
il gatto senza collare e' solo uno, allora e'
Zoe. poi, visto che il gatto di
Sara non e' nero e' per forza Meo.
alla fine il gatto di Tina e' il nero.

SARA
↓
Il suo è tutto nero → FALSO
↓
Quindi non è tutto nero → VERO
↓
MEO O ZOE

RITA
↓
Il suo porta il collare → FALSO
↓
Quindi il suo non porta il collare → VERO
↓
ZOE

TINA
Il mio ha la coda bianca → FALSO
↓
Quindi il mio non ha la coda bianca → VERO
↓
LEO



La disposizione del testo in modo schematico, accompagnato dalle frecce che rimandano al falso o al vero hanno aiutato gli alunni nella comprensione del testo ed è servito come modello di descrizione argomentata del procedimento risolutivo.

Risolvere

Abbiamo letto più volte il testo e poi ci siamo accorti che Rita diceva che il suo gattino aveva il collare ma il testo diceva che nessuna delle 3 bambine diceva la verità e c'era 2 gattini con il

collare quindi abbiamo capito qual è il gattino di Tina.

TINA	LEO	MEO	ZOE
RITA	LEO	MEO	ZOE
SARA	LEO	MEO	ZOE

Risposta

Il gatto di Tina si chiama Leo.

Ragionamento rappresentato anche con tabelle diverse. Argomentazione del ragionamento espressa nel linguaggio corrente.

	ZOE	MEO	LEO
RITA	X		
SARA		X	
TINA			X

ABBIAMO FATTO DELLE IPOTESI:

TUTTE LE BAMBINE DI COMO BUGIE QUINDI:

SE 2 GATTE HANNO IL COLLARE E UNO NON C'È

LA RITA HA ZOE E ME RIMANGONO MEO & LEO, SARA

DICE CHE IL SUO GATTO È TUTTO NERO MA DA TO

CHE DICONO BUGIE TINA HA LEO MENTRE SARA HA

MEO.

~~TINA HA~~ QUINDI TINA HA LEO!

Meo



Leo

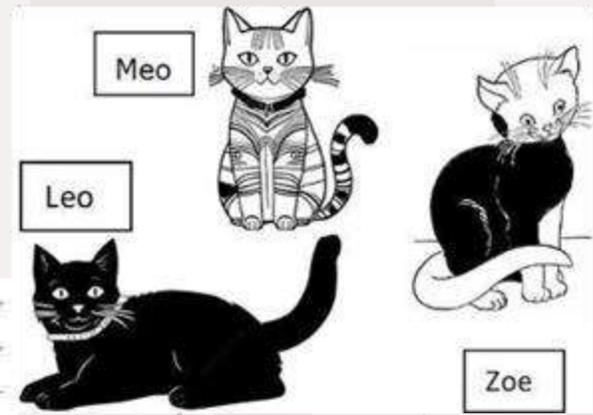


Zoe



Il ragionamento sulla negazione dell'affermazione di Tina e il coordinamento con l'osservazione delle caratteristiche dei tre gatti

Primo osservate alla conclusione che: il gatto di Tina è Leo perché Tina diceva che il suo gatto ovvero il suo gatto ovvero la coda bianca ma visto che diceva una bugia il gattino di Tina non può essere né Meo perché ha la coda bianca e nera, né Zoe perché ha la coda tutta bianca quindi il gatto di Tina → è Leo.



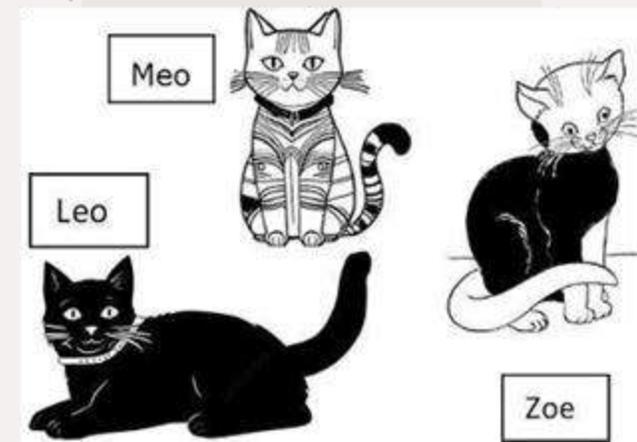
Tina aggiunge: "Il mio gattino ha la coda bianca."

La rappresentazione dei gatti è un dato fondamentale del testo del problema.

Negazione: quante difficoltà!

Rita è l'unica bambina alla quale può essere attribuito immediatamente il gattino, perché non porta il collare, quindi fra i tre è Zoe.

Di conseguenza il gattino di Sara, che non deve essere tutto nero, è Meo. Il gattino di Tina quindi è Leo perché è coerente anche con la negazione della sua affermazione: *“Il mio gattino ha la coda bianca.”*



	MEO	ZOE	LEO
SARA	X	X	
RITA		X	
TINA	X		X

Le difficoltà nel negare correttamente una proposizione possono derivare dalla polisemia del termine negazione: la negazione come opposto nel linguaggio corrente o come modifica del valore di verità della proposizione in logica.

AL PARCO GIOCHI

II PROVA 2025 - Categoria 3

aspetti legati a:

- *visualizzazione*
- *rappresentazione*
- *rappresentazione come descrizione argomentata del procedimento risolutivo.*

IL PARCO GIOCHI AIRM.II.01.Cat. 3

Il parco giochi di Matelandia ha la forma di un rettangolo.
Lungo tutto il contorno sono stati piantati degli alberi.
Su ciascun vertice è stato piantato un albero.
Su ogni lato corto ci sono sei alberi.
Il numero di alberi sul lato lungo supera di uno il numero degli alberi piantati sul lato corto.

Quanti alberi ci sono sul contorno del parco giochi?

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

Risposta corretta: “Lungo il contorno del parco giochi ci sono 22 alberi”

Rappresentazione e

Dal vocabolario Treccani:

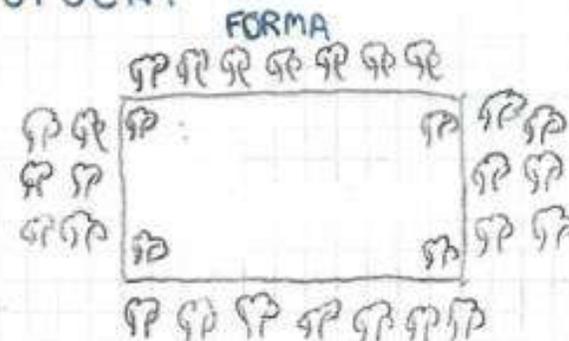
- L'attività e l'operazione di rappresentare con figure, segni e simboli sensibili, o con processi vari, anche non materiali, oggetti o aspetti della realtà, fatti e valori astratti, e quanto viene così [...] mediante il quale un contenuto di percezioni, di immaginazioni, di concetti, si presenta alla coscienza, e lo stesso contenuto rappresentativo...
- In matematica il termine rappresentazione è largamente usato non soltanto per indicare, per es., il passaggio da un oggetto spaziale a una sua immagine grafica sul piano o su altra superficie, ma anche, più generalmente, per indicare una corrispondenza che si stabilisce tra due insiemi allo scopo di semplificarne lo studio riportando le proprietà dell'uno a quelle dell'altro, per indicare il passaggio dal linguaggio naturale a quello simbolico, ...

Difficoltà: “su ogni vertice un albero”

In molti elaborati emerge che per i bambini questa indicazione fosse da considerare “a parte” non hanno collegato le affermazioni: nel ragionamento, nei calcoli e nella rappresentazione.

1) NEL PARCO GIOCHI CI SONO 30 ALBERI.
2) ABBIAMO COMINCIATO A RAGIONARE PENNANDO
DEL CONTO SUO. DOPO CI SIAMO CONFRONTATI
DOPO ABBIAMO MESSO ASSIEME GLI ALBERI
DEI LATI CORTI ($6+6=12$) E QUELLI DEI
LATI LUNGI ($7+7=14$) DOPO ABBIAMO MESSO
ASSIEME I 2 RISULTATI DEI 2 NUMERI
($14+12=26$). DOPO ABBIAMO AGGIUNTO I
VERTICI: 4 ($26+4=30$) COSÌ SIAMO ARRIVATI
CHE IL NUMERO DI ALBERI NEL PARCO
È DI 30 ALBERI.

PARCO GIOCHI



$6+6=12+14+4=30$ IN TUTTO CI SONO 26 ALBERI
INTORNO AL PARCO

CI SIAMO RIUSCITI FACENDO IL CALCOLO DEI
ALBERI DEL PARCO A FORMA DI RETTANGOLO
IL LATO CORTO AVEVA 6 ALBERI E IL LATO
LUNGO AVEVA 7 ALBERI QUINDI ABBIAMO FATTO
 $6+6=12+14=26$.
DOBBIAMO AGGIUNGERE ANCHE 4 ALBERI SUI
VERTICI QUINDI CI SONO 30 ALBERI

“Lungo tutto il contorno” è stato considerato all'esterno del parco a forma di rettangolo - confusione tra contorno e confine in senso geografico.

Difficoltà: “su ogni vertice un albero”

Parco a forma di rettangolo

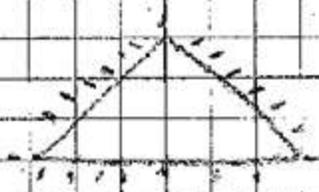
$$\begin{array}{r} 7+7 = 14+ \\ 6+6 = 12+ \\ 2+2 = \frac{4}{30} \end{array}$$



Abbiamo avuto il risultato di 30 perché abbiamo messo insieme gli alberi

La rappresentazione non è stata usata né come strumento nella risoluzione né come eventuale verifica. Non c'è messa in relazione tra i dati del problema e la rappresentazione (coerente) nelle diverse forme: calcolo, rappresentazione degli alberi sul contorno, la descrizione del risultato e un inizio di argomentazione espressi linguaggio naturale “...perché abbiamo messo insieme...”

Confusione tra rettangolo e triangolo - difficoltà: "su ogni vertice un albero"



Abbiamo disegnato un triangolo e sui
vertici abbiamo messo un puntino
dopo sui lati corti abbiamo messo
6 puntini perché c'era scritto che
c'erano 6 alberi e sul lato lungo
uno in più volente $\Rightarrow 6 + 6 = 12, 12 + 7 + 3 = 22$

In tutti gli alberi sul contorno sono
22.

La difficoltà può riguardare la riproduzione di forme geometriche sbagliate, la non comprensione delle loro proprietà o la poca conoscenza dei termini.

Difficoltà: "su ogni vertice un albero"

1) Abbiamo formato un rettangolo

6x7.

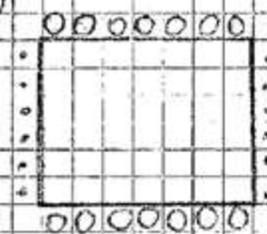


2) Abbiamo inserito 6 alberi ai lati più corti.

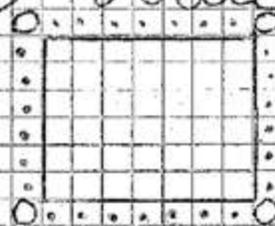


3) Poi sul lato lungo abbiamo inserito 7 alberi, perché la consegna diceva che sui lati

lunghi doveva esserci 1 albero in più degli alberi ai lati più corti.



4) Poi abbiamo aggiunto 1 albero per ogni vertice.



Risposta

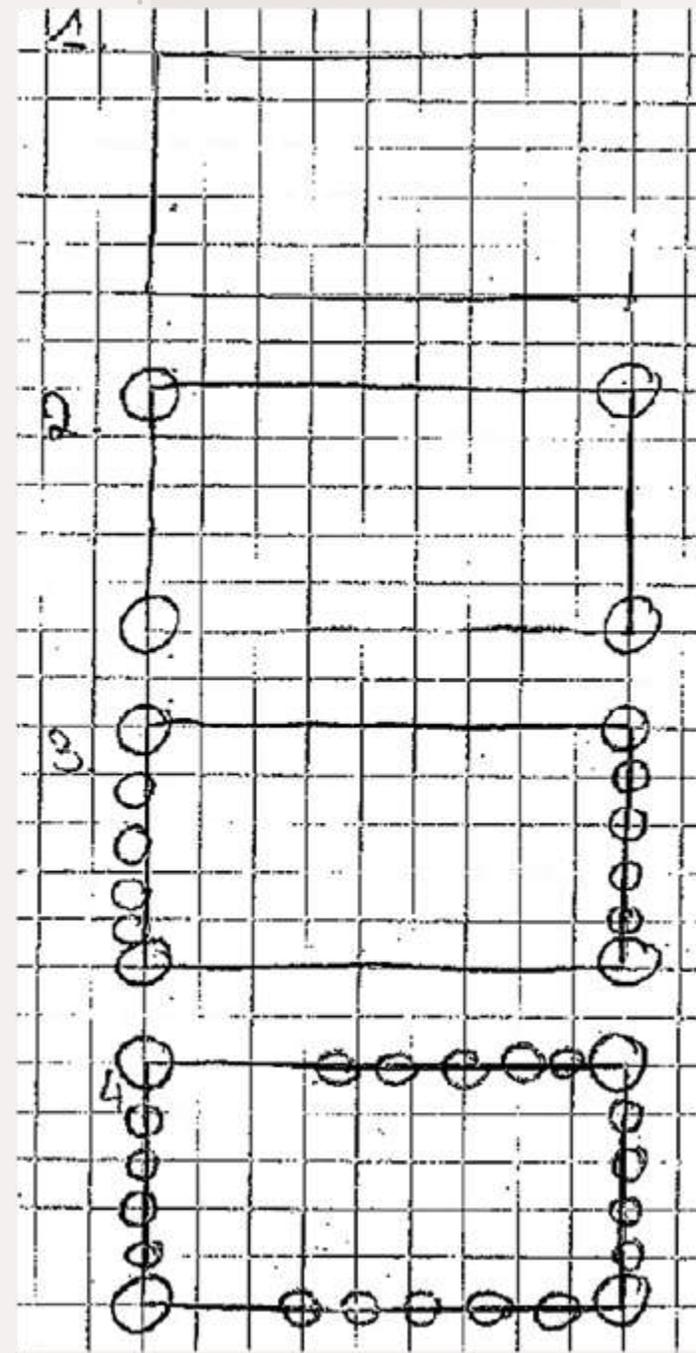
Sul contorno del parco giochi ci sono 30 alberi.

Questo elaborato mostra un procedere per tappe alternando la parte linguistica con la rappresentazione grafica: il testo verbale descrive e giustifica il procedimento.

Non c'è argomentazione ma descrizione del procedimento: - Su ciascun vertice è stato piantato un albero; - Su ogni lato corto ci sono sei alberi...

Sul quadrato di braccia coppi abbiamo disegnato un rettangolo e intorno abbiamo disegnato degli alberi su i quattro vertici. Dopo abbiamo disegnato 6 alberi sul lato corto, ma 2 c'erano già quindi ne abbiamo sistemati solo 4. E sul lato lungo abbiamo disegnato 8 alberi perché dovevamo disegnare 1 m più del lato corto quindi sul contorno del parco giochi ci sono 22 alberi.

... vedere per capire..., la rappresentazione accurata a tappe ha aiutato il gruppo nella visualizzazione e comprensione del testo. Il testo verbale descrive e giustifica il procedimento.



La rappresentazione verbale degli elementi indicati nel testo ha guidato il gruppo nel procedimento risolutivo.

DATI:

LATO CORTO 6 ALBERI

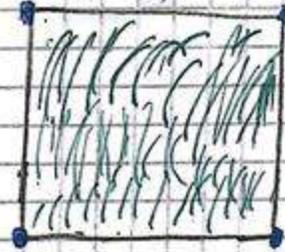
LATO LUNGO 7 ALBERI

OPERAZIONE: $6+6=12$ $7+7=14$ $14+12=26$ ~~$26-4=22$~~

SOLUZIONE: ~~...~~ ~~...~~ TUTTI GLI ALBERI
SUL CONTORNO DEL PARCO SONO 22

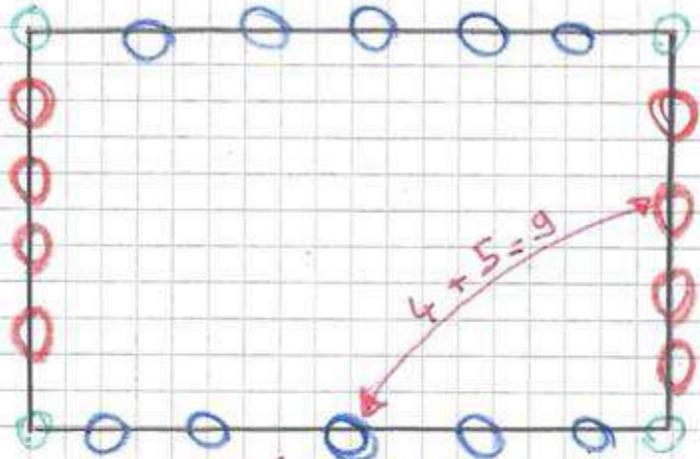
RISPOSTA: ABBIAMO RIPRESO LA PARTE DEL
PROBLEMA IN CUI HA DETTO CHE SU OGNI
LATO CORTO CI SONO SEI ALBERI E GLI
ALBERI SUL LATO LUNGO SUPERANO DI UNO IL
NUMERO DEGLI ALBERI PIANTATI SUL LATO
CORTO, E ABBIAMO CAPITO CHE GLI ALBERI
PIANTATI SUL LATO CORTO SONO 6 E SUL
LATO LUNGO SONO 7 COSÌ ABBIAMO FATTO
 $6+6=12$ POI ABBIAMO FATTO $7+7=14$ IN FINE
ABBIAMO FATTO $14+12$ CHE FA 26. E DA
QUEL SI TOLGONO 4 PERCHÉ OGNI VERTICE COMPRENDE

2 LATI, QUINDI IL TOTALE È 22



La rappresentazione non è servita per la comprensione del testo ma per giustificare che “...si tolgono 4 perché ogni vertice comprende due lati. Quindi...”

Rappresentazione efficace!



RISOLVO

$$4 + 5 = 9 + 9 = 18 + 4 = 22$$

RISPONDO

Sul contorno del parco giochi ci sono 22 alberi, siamo arrivati a questa risposta disegnando e poi contando gli alberi.

Disegno molto chiaro in cui sono stati rappresentati gli elementi richiesti (evidenziandoli anche con colori diversi). La freccia doppia con sopra la somma degli alberi sui due lati consecutivi che rimanda al 9 cerchiato nella serie di calcoli è come se gli alunni avessero voluto aggiungere una motivazione posteriore tra il disegno e i calcoli che diventa una descrizione argomentata del procedimento risolutivo. Rimane l'ambiguità del significato dell'uguale.

Rappresentare: utilizzare e coordinare le diverse forme (verbale, simbolico e figurale,...) tra di loro e metterle in relazione con le informazioni (dati) del problema

La difficoltà principale per i bambini di classe terza è stata quella di capire che il parco giochi è interamente circondato da alberi e che quattro di questi sono disposti sui vertici del suo contorno. Comprendere che gli alberi sui vertici vanno contati una sola volta.

Difficoltà: “su ogni vertice un albero”

Considerare le cause delle difficoltà:

- Molti immagini che ci circondano e che vengono usate nella comunicazione quotidiana richiedono poche inferenze, modalità molto diverse rispetto agli usi in matematica;
- la lingua conserva le sue radici contestualizzate nella cultura e nelle esperienze pratiche delle persone di un luogo per questo ci sono situazioni in cui parole del lessico matematico assumono un significato diverso nel linguaggio corrente.

Affinché gli alunni acquisiscano un adeguato lessico e una precisione del disegno per poter argomentare le risposte, infatti abbiamo visto che rappresentazioni grossolane e confuse sono di poco aiuto per il procedimento risolutivo.

FESTA DI COMPLEANNO

I PROVA 2025 - Categorie **8, 9,10**

aspetti legati a:

- *strategie risolutive che coinvolgono conoscenze diverse*
- *spiegare il ragionamento o la soluzione*
- *argomentare con una multimodalità di segni*

FESTA DI COMPLEANNO AIRM.I.16. cat. 8, 9,10

Clara festeggia oggi il suo compleanno e ha invitato sette amici e sette amiche. Entrando saluta con una stretta di mano ogni invitato, poi tutti gli amici e le amiche si salutano fra loro con una stretta di mano. Alla fine, l'amico Paolo dice di aver contato più di 200 strette di mano, Luca invece dice che le strette di mano sono state poco più di cento.

Chi ha ragione?

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

Risposta corretta:

“Ha ragione Luca, perché le strette di mano sono state 105”

Il testo del problema è un adattamento del seguente quesito tratto da un test d'ingresso nazionale all'Università facoltà di Scienze



- Quante strette di mano contiamo se 15 invitati ad una festa si vogliono salutare tutti una volta?

Combinazioni di n oggetti presi a due a due

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

Combinazioni
e
Disposizioni

$$\binom{15}{2} = \frac{15!}{2!(15 - 2)!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{2 \cdot 1 \cdot 13!} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 15 \cdot 7 = 105$$

Problemi, quesiti, strategie risolutive, dati del problema.

La formulazione
matematica nel
linguaggio formale
del calcolo delle
combinazioni

Lo scenario è modificato

- per dare vita ad un problema/storia (Clara, Paolo e Luca, una festa....)
- nella formulazione della domanda “*Chi ha ragione?*”, per favorire la produzione di argomentazioni

Un'argomentazione è un discorso costituito da "argomenti" logicamente connessi tra loro.

Cat. 10

Ha ragione Luca perché le strette di mano sono 105 prendendo come punto di riferimento Clara. Lei stringe le mani a tutti gli invitati (11). Ogni stretta di mano non si ripete. Quindi il primo invitato non dovrà restringere la mano a Clara, il secondo non la restringerà né a Clara né al primo invitato e così via. Così, contando, notiamo che il numero di strette di mano è in ordine decrescente sommiamo i seguenti numeri:

$$11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 105$$

AIRM
ASSOCIAZIONE ITALIANA RALLY PATRONICA

Il procedimento risolutivo è argomentato (ogni stretta di mano non si ripete,)

L'argomentazione che riguarda la risposta non è completa:

ha ragione Luca perché le strette di mano sono 105 - invece diad esempio

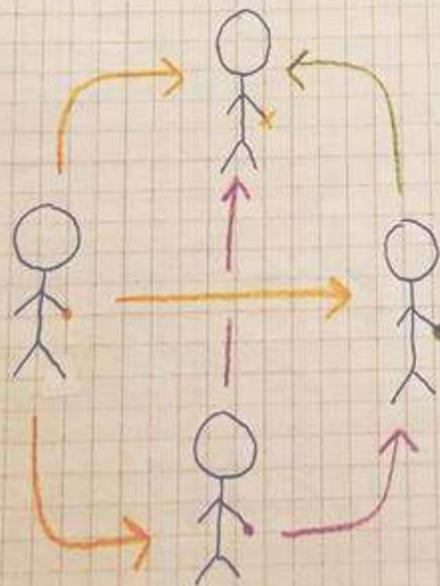
Le strette di mano sono 105 quindi ha ragione Luca perché sosteneva che dovevano essere poco più di 100 mentre Paolo sosteneva che dovevano essere più di 200.

cat. 8

Proposta ha ragione Luca (nono più di 100 cioè 105)

Spiegazione: le stovette di mano date alla fine della festa, in totale sono 105 infatti, Elvira inizia dando la stovetta di mano a 14 persone, a sua volta un altro invitato darà la mano a 13 persone perché ha già precedentemente dato la mano a Elvira. E via dicendo ogni persona darà la mano a una persona in meno rispetto alla precedente.

$$14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \boxed{105}$$



: ESEMPIO CON 4 PERSONE



Un argomento è “una ragione” adottata a favore o contro una certa proposizione o una affermazione

Un argomento può essere costituito da espressioni linguistiche, dati numerici, simboli, disegni, ...

La strategia risolutiva che parte dal caso particolare - nella rappresentazione - è di supporto alla comprensione e alla risoluzione del problema

SVOLGIMENTO:

1-2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-3	2-3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-4	2-4	3-4	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-5	2-5	3-5	4-5	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-7	2-7	3-7	4-7	5-7	6-7	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-8	2-8	3-8	4-8	5-8	6-8	7-8	/	/	/	/	/	/	/	/
1-9	2-9	3-9	4-9	5-9	6-9	7-9	8-9	/	/	/	/	/	/	/
1-10	2-10	3-10	4-10	5-10	6-10	7-10	8-10	9-10	/	/	/	/	/	/
1-11	2-11	3-11	4-11	5-11	6-11	7-11	8-11	9-11	10-11	/	/	/	/	/
1-12	2-12	3-12	4-12	5-12	6-12	7-12	8-12	9-12	10-12	11-12	/	/	/	/
1-13	2-13	3-13	4-13	5-13	6-13	7-13	8-13	9-13	10-13	11-13	12-13	/	/	/
1-14	2-14	3-14	4-14	5-14	6-14	7-14	8-14	9-14	10-14	11-14	12-14	13-14	/	/
1-15	2-15	3-15	4-15	5-15	6-15	7-15	8-15	9-15	10-15	11-15	12-15	13-15	14-15	/

Dopo aver fatto la tabella con tutte le strette di mano, le contiamo e scopriamo che le strette di mano totali. Aveva ragione Luca, perché le strette di mano totali sono 105

La rappresentazione con la tabella che “simula” la situazione reale



La spiegazione descrive il procedimento senza giustificare o argomentare: perché la tabella “contiene tutte le strette di mano”?

Nella descrizione verbale si dichiara l'utilizzazione del conteggio, la risposta è data correttamente ma l'argomentazione non è completa e coerente con la domanda: Luca ha ragione perché “le strette di mano totali sono 105” viene omesso il “controllo” con la affermazione di Luca rispetto a quella di Paolo

La rappresentazione descrive in modo figurato “i partecipanti alla festa”

La Spiegazione del ragionamento: descrive il procedimento, non argomenta né sulla risposta né sul procedimento risolutivo

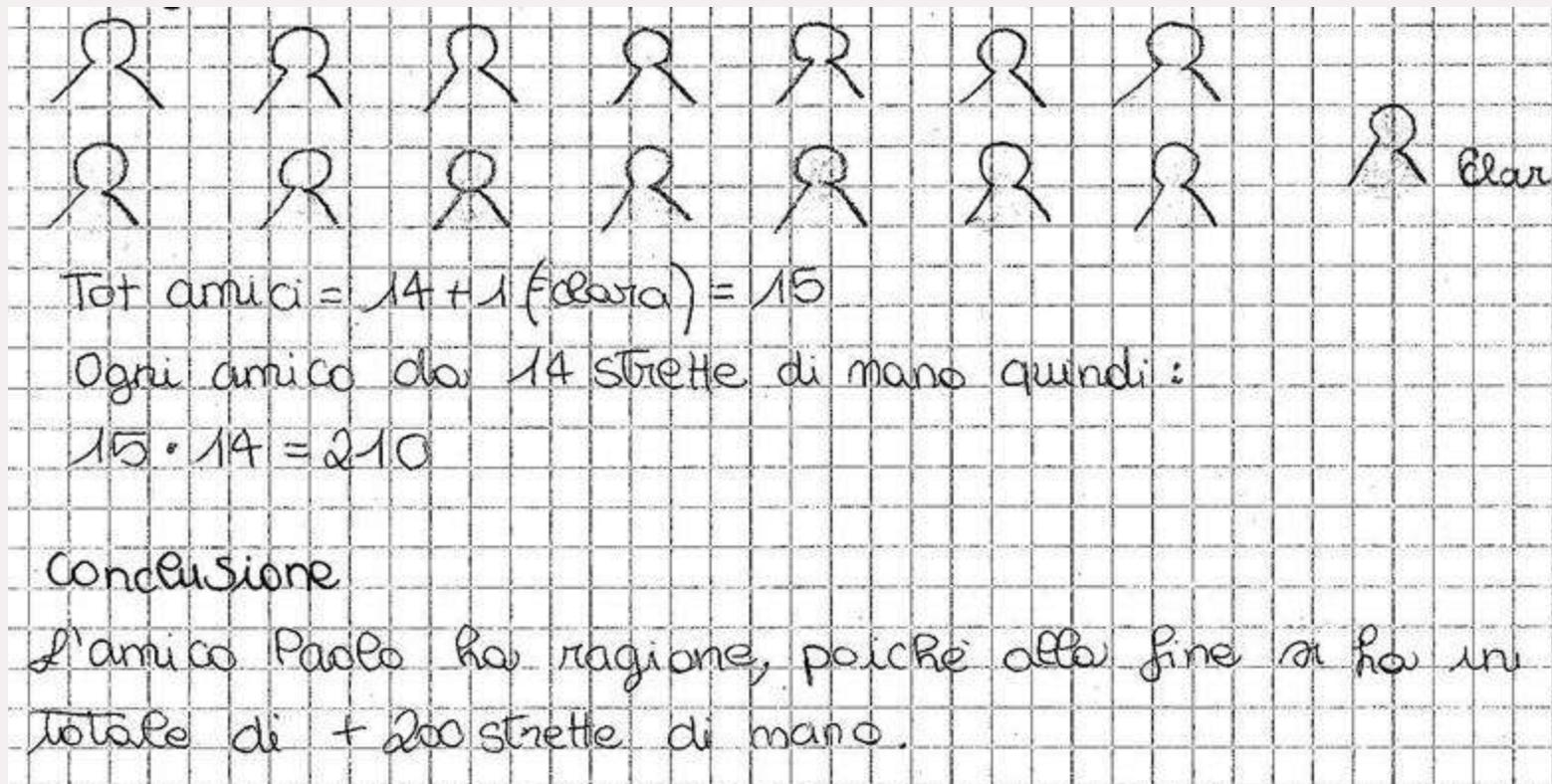


Diagram showing 15 stick figures arranged in two rows: 7 in the top row and 8 in the bottom row. The figure in the bottom row on the far right is labeled "Claudio".

Tot amici = $14 + 1 (\text{Claudio}) = 15$

Ogni amico dà 14 strette di mano quindi:

$$15 \cdot 14 = 210$$

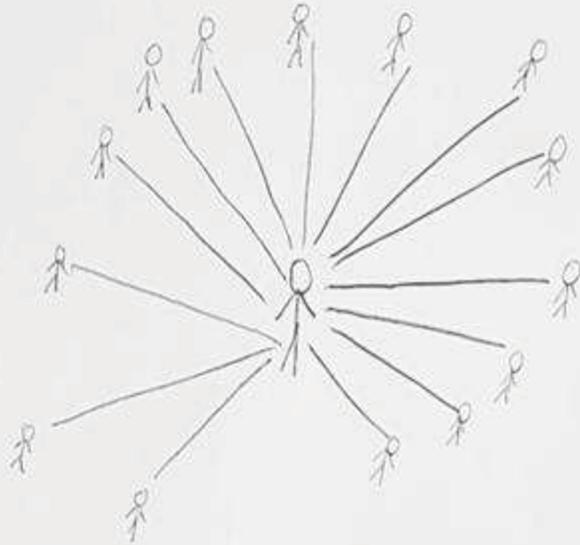
Conclusione

L'amico Paolo ha ragione, poiché alla fine si ha un totale di + 200 strette di mano.

La non appropriazione del compito nella distinzione tra combinazioni e disposizioni conduce alla risposta 210 - Risposta errata presente sia negli elaborati della categoria 8 che in quelli della categoria 9

HA RAGIONE PERO, PERCHE' IN TUTTO SONO 15 PERSONE:

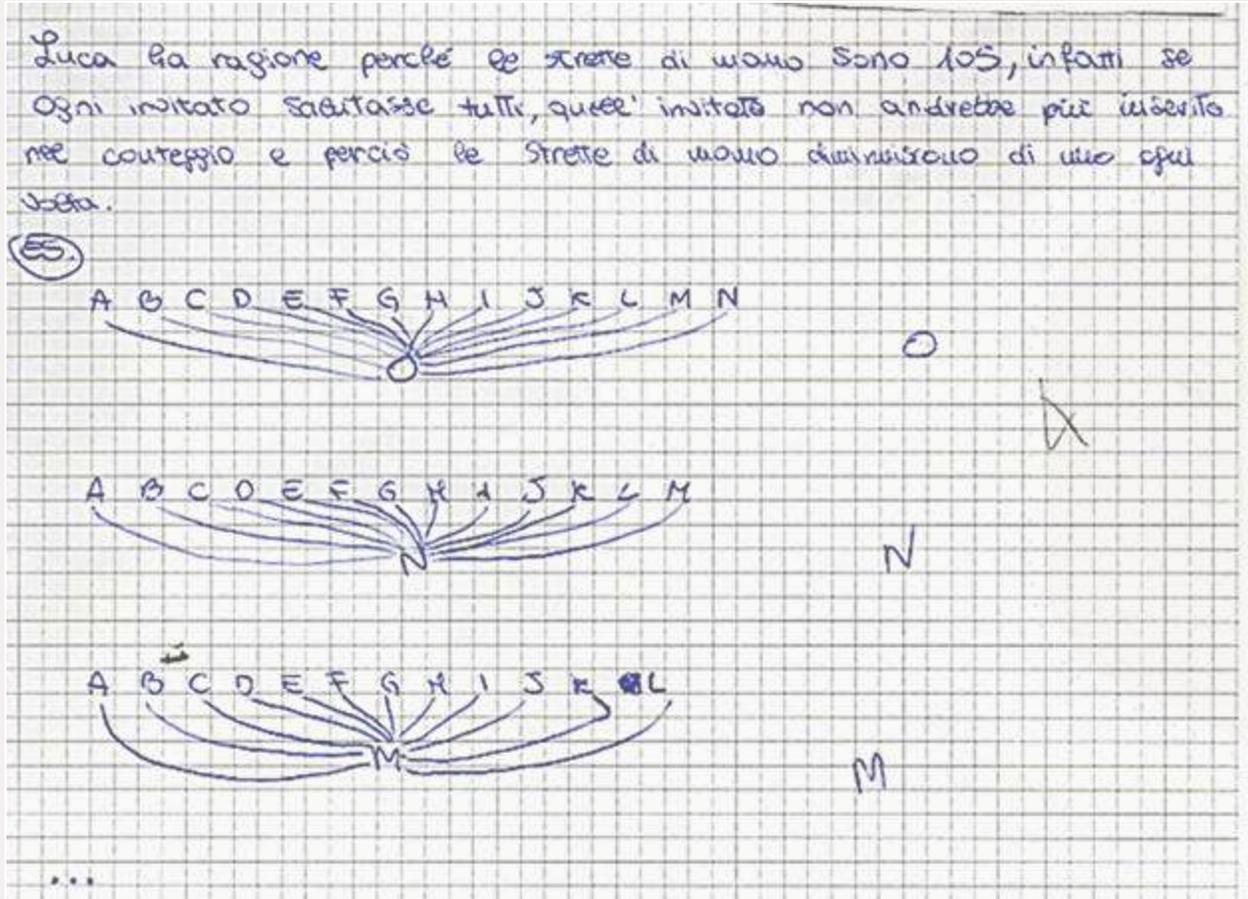
(14 INVITATI + CLARA), QUAD. ABBIAMO RAGIONATO IN QUESTO MODO:



QUESTO AVVIENE PER 14 VOLTE, POICHE' OGNI PERSO
 COME NE DISEGNO. ABBIAMO QUAD. FATTO $14 \times 14 = 196 \rightarrow +$
 MAHO DI CLARA = 210 STRETE DI MANO.

cat. 8

La rappresentazione anche in questo caso si riferisce
 alla situazione (ai dati)
 non può essere di supporto alla risoluzione ...



La rappresentazione descrive in forma di "esempio" il
 procedimento e non il dettaglio del calcolo o di tutto
 il procedimento

Risposta

Ha ragione Luca, le strette di mano sono state 105.

Spiegazione

abbiamo contato le strette di mano all'entrata, che sono 14 e poi abbiamo fatto una tabella per le strette di mano degli amici.

amici	strette di mano														
1°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
6°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
7°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
8°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
11°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
12°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
13°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
14°	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Abbiamo pensato che le strette di mano del primo amico sono 13, invece quelle del secondo sono 12 perché al primo amico ha già dato la stretta di mano. Abbiamo continuato a fare così anche con gli altri amici. Alla abbiamo contato le strette di mano che sono 105.

inv = invitati

Cat. 9

$$14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 105$$

Come abbiamo mostrato nel disegno sopra, per risolvere il problema abbiamo usato un grafico. Con i 14 invitati + Clara. Ogni volta, però si tolgono le strette di mano contate in precedenza, con una linea sopra. Quindi sommando tutte le strette di mani fatte, abbiamo 105 strette di mano. Quindi ha ragione Luca.

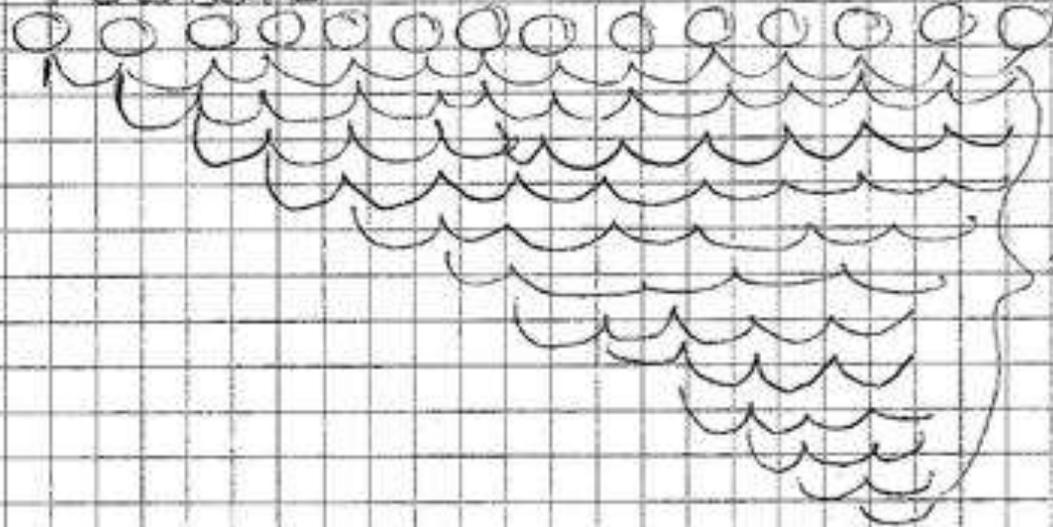
Rappresentazioni diverse nella forma di tabelle e di testo verbale che descrivono e argomentano il perchè

“ogni volta si tolgono le strette di mano contate in precedenza”



ALL'INIZIO ABBIAMO PROVATO A FARE UN
 ESPERIMENTO PRATICO, DATO CHE IL NOSTRO
 GRUPPO ERA FORMATO DA 5 PERSONE ABBIAMO
 PENSATO DI MOLTIPLICARE IL NOSTRO RISULTATO
 PER 3 IN MODO DA SIMULARE 15 PERSONE
 COME QUELLE DEL PROBLEMA. GIÀ DA SUBITO
 CI SIAMO ACCORTE CHE I NUMERI DI STRETTE
 DI MANO DITTOLEGGIANO DA 1 OGNI VOLTA,
 COSÌ ABBIAMO FATTO: $15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 +$
 $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 105$
 QUINDI POCO PIÙ DI 100 E DA QUESTO
 DEDUCIAMO CHE LUCA DICE LA VERITÀ.

Potremmo



strette di mano

Una multimodalità di rappresentazioni e di argomentazioni sia del procedimento che della risposta in tutte e tre le categorie

La risposta è fornita in forma di conclusione argomentata

"105. Quindi poco più di 100 e da questo deduciamo che Luca dice la verità"

$$\text{Strette di mano} = 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 105$$

Tesi:

Per risolvere questo problema abbiamo applicato le stesse strette di mano nel nostro gruppo da 5 persone. Abbiamo subito notato che la prima persona stringeva 4 mani, la seconda 3 e via dicendo fino all'ultima. Quindi applicandolo sul problema abbiamo sommato tutte le strette dalle 14 della prima persona, fino all'ultima.

In conclusione le strette di mano sono poco più di 100, quindi ha ragione Luca.

Il calcolo descrive il procedimento e la risposta

Il procedimento è descritto e argomentato anche se non completamente

La risposta è fornita in forma di conclusione argomentata ".....quindi ha ragione Luca"

16. FESTA DI COMPLEANNO (Cat. 8, 9, 10)

Cat. 9

Clara festeggia oggi il suo compleanno e ha invitato sette amici e sette amiche. Ita con una stretta di mano ogni invitato, poi tutti gli amici e le amiche si salutano fra loro con una stretta di mano. Alla fine l'amico Paolo dice di aver contato più di 200 strette di mano, Luca invece dice che le strette di mano sono state poco più di cento.

Chi ha ragione?

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

Clara da 14 strette di mano pari al numero degli invitati. Dopo tutti e 14 gli invitati si salutano fra di loro, sempre con una stretta di mano, lo abbiamo rappresentato con un disegno:



Ognuno di loro fa sempre mano stretta perché, per esempio, 2 da 14 strette ma non contando quella di Clara e quella di 1 perché se lo sono data prima, ed è contata nelle 13 strette di 1.

Dopo aver capito questo abbiamo sommato tutte le strette degli invitati con aggiunta delle 14 strette di Clara:

$$14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 105$$

Tra Luca e Paolo ha ragione Luca, le strette di mano sono poche più di 100, infatti sono 105.

16. FESTA DI COMPLEANNO (Cat. 8, 9, 10)

Clara festeggia oggi il suo compleanno e ha invitato sette amici e sette amiche. Entrando saluta con una stretta di mano ogni invitato, poi tutti gli amici e le amiche si salutano fra loro con una stretta di mano. Alla fine l'amico Paolo dice di aver contato più di 200 strette di mano, Luca invece dice che le strette di mano sono state poco più di cento.

Chi ha ragione?

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

HA RAGIONE LUCA, POICHÉ LE STRETTE DI MANO TOTALI SONO 105.

ESSENDO GLI INVITATI TOTALI 15 LE STRETTE DI MANO SAREBBERO 15² CIÒÈ 225. QUESTO NUMERO PERO' SOTTINTENDE CHE SE GLI INVITATI STRINGANO LA MANO A SE STESSI COSA CHE NON ACCADE. QUINDI DA 225 SOTTRAIAMO IL NUMERO DEGLI INVITATI 225 - 15 = 210

IL NUMERO 210 A SUA VOLTA INCLUDE CHE $\frac{2}{2}$ INVITATI SI STRINGANO LA MANO 2 VOLTE. MA QUESTO NON ACCADE QUINDI DOBBIAMO DIVIDERE IL RISULTATO OTTENUTO PER 2 QUINDI $210 : 2 = 105$ 105 SONO QUINDI LE STRETTE DI MANO TOTALI.

X = STRETTE DI MANO

m = INVITATI

$$X = \frac{m^2 - m}{2}$$

La spiegazione del ragionamento: argomentare sul perché

della risposta

del procedimento

di entrambi

Argomentare sul perché del procedimento e della risposta

Argomentare sul perché del procedimento anche in forma simbolica

IL COMPUTER

II PROVA 2025 - Categorie 5, 6, 7

aspetti legati a:

- *difficoltà nell'interpretazione del testo*
- *varietà di rappresentazioni*
- *la genesi di un pensiero di tipo algebrico*

IL COMPUTER **AIRM.II.09.Cat. 5, 6, 7**

Luca compra un computer da 835 euro e vuole pagarlo in dieci rate mensili. La prima rata sarà di 70 euro mentre ogni rata successiva aumenta rispetto alla precedente di una quantità sempre uguale.

Quanto dovrà pagare Luca per l'ultima rata?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.

Risposta corretta:
“Luca pagherà per l'ultima rata 97 euro”.

Difficoltà nell'interpretazione del testo

Luca compra un computer da 835 euro e vuole pagarlo in dieci rate mensili. La prima rata sarà di 70 euro mentre ogni rata successiva aumenta rispetto alla precedente di una quantità sempre uguale.

RAGIONAMENTO

Per trovare l'ultima rata abbiamo fatto $835 - 70$ che fa 765 e questa è l'ultima rata che deve pagare. Abbiamo fatto $835 - 70$ perché 835 sono i soldi in tutto che il computer costa 70 perché sono i soldi della prima rata e così abbiamo trovato il risultato dell'ultima rata.

Cat. 5

... leggere per capire..., le frasi evidenziate nel testo vengono ignorate

Difficoltà nell'interpretazione del testo

Cat. 5

spiegazione

ABBIAMO TROVATO MOLTI MODI:

70	155	240	325	410	495	580	665	750	835
\cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup									
\nearrow +85 +85 +85 +85 +85 +85 +85 +85 +85									

QUESTO È IL MODO GIUSTO.

70	165	260	355	450	545	640	735	830	925
\cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup									
\nearrow +95 +95 +95 +95 +95 +95 +95 +95 +95									

QUESTE SONO ERRATE.

70	185	400	515	630	745	860	975	1090	1205
\cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup \cup									
\nearrow +115 +115 +115 +115 +115 +115 +115 +115 +115									

... leggere per capire..., non si tiene conto che l'importo delle rate deve aumentare progressivamente

Cat. 6

Nabi

835 € tot.

70 → € 1° rata

ope.

$85 \times 9 + 70 = 835$

SPIEGAZIONE

Abbiamo preso 835 abbiamo tolto la rata da 70 e abbiamo diviso la differenza per un numero 9. Il risultato moltiplicato per 9 fa 835

L'uguale per esprimere il risultato di operazioni successive

$$\begin{array}{l}
 70 + 13 = 83 + 13 = 96 + 13 = 109 + 13 = 122 + 13 = 135 + \\
 13 = 148 + 13 = 161 + 13 = 174 + 13 = 187 \\
 \\
 70 + 3 = 73 + 3 = 76 + 3 = 79 + 3 = 82 + 3 = 85 + 3 = 88 + 3 = 91 + \\
 \checkmark 3 = 94 + 3 = 97 \quad \quad \quad 51
 \end{array}$$

Tentativi organizzati

Cat. 7

- $\text{€}(70 \cdot 9) + 70 = \text{€} 700$ X
- $\text{€}(71 \cdot 9) + 70 = \text{€} 709$ X
- $\text{€}(72 \cdot 9) + 70 = \text{€} 718$ X
- $\text{€}(73 \cdot 9) + 70 = \text{€} 727$ X
- $\text{€}(74 \cdot 9) + 70 = \text{€} 736$ X
- $\text{€}(75 \cdot 9) + 70 = \text{€} 745$ X
- $\text{€}(76 \cdot 9) + 70 = \text{€} 754$ X
- $\text{€}(77 \cdot 9) + 70 = \text{€} 763$ X
- $\text{€}(78 \cdot 9) + 70 = \text{€} 772$ X
- $\text{€}(80 \cdot 9) + 70 = \text{€} 790$ X
- $\text{€}(81 \cdot 9) + 70 = \text{€} 799$ X
- $\text{€}(82 \cdot 9) + 70 = \text{€} 808$ X
- $\text{€}(83 \cdot 9) + 70 = \text{€} 817$ X
- $\text{€}(84 \cdot 9) + 70 = \text{€} 826$ X
- $\text{€}(85 \cdot 9) + 70 = \text{€} 835$ ✓

Tot = 835
↓

1^a RATA = 70	70 + 5 = 75	70 + 2,5 = 72,5	70 + 3 = 73
2^a RATA = 70 + 7 = 77	75 + 5 = 80	72,5 + 2,5 = 75	73 + 3 = 76
3^a RATA = 77 + 7 = 84	80 + 5 = 85	75 + 2,5 = 77,5	76 + 3 = 79
4^a RATA = 84 + 7 = 91	85 + 5 = 90	77,5 + 2,5 = 80	79 + 3 = 82
5^a RATA = 91 + 7 = 98	90 + 5 = 95	80 + 2,5 = 82,5	82 + 3 = 85
6^a RATA = 98 + 7 = 105	95 + 5 = 100	82,5 + 2,5 = 85	85 + 3 = 88
7^a RATA = 105 + 7 = 112	100 + 5 = 105	85 + 2,5 = 87,5	88 + 3 = 91
8^a RATA = 112 + 7 = 119	105 + 5 = 110	87,5 + 2,5 = 90	91 + 3 = 94
9^a RATA = 119 + 7 = 126	110 + 5 = 115	90 + 2,5 = 92,5	94 + 3 = 97
10 ^a RATA = 126 + 7 = 133	115 + 5 = 120	92,5 + 2,5 = 95	

Cat. 7

I tentativi sono esplicitati, viene evidenziata la strategia senza descrizione verbale.

Ancora tentativi organizzati

RAGIONAMENTO

ABBIAMO INIZIATO FACENDO I TENTATIVI: RATE

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	TOT. AUMENTO	
70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	1160	10 NO
70	79	88	97	106	115	124	133	142	151	1105	9 NO
70	78	86	94	102	110	118	126	134	142	1050	8 NO
70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	1015	7 NO
70	76	82	88	94	100	106	112	118	124	970	6 NO
70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	925	5 NO
70	74	78	82	86	90	94	98	102	106	880	4 NO
70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	835	3 SI
70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	790	2 NO
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	745	1 NO

La tabella a doppia entrata, costruita in modo accurato, descrive e giustifica il procedimento, e consente di visualizzare l'unicità della soluzione

Cat. 5

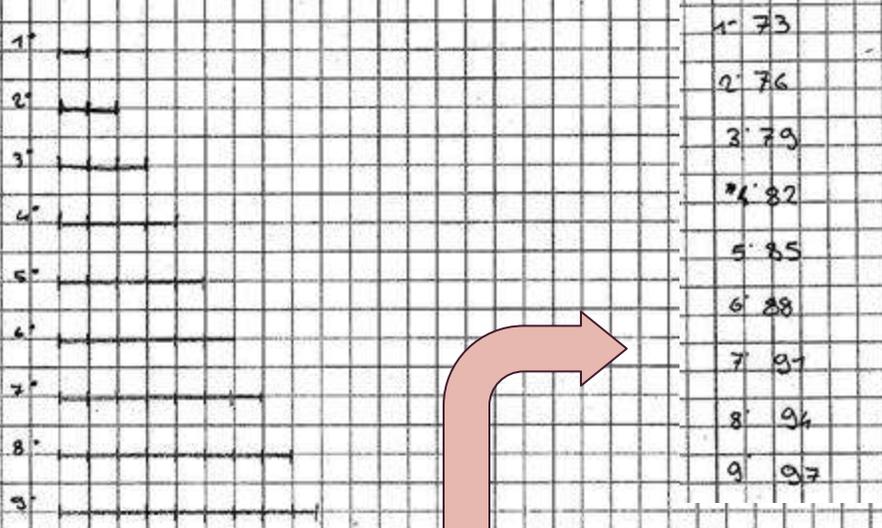
Rappresentazione con segmenti

① Luca per l'ultima rata dovrà pagare

€ 97

② Abbiamo fatto 70×10 per capire se pagava € 70 ogni rata, ma no, dopo abbiamo fatto $835 - 700$ per sapere gli aumenti di tutte le rate insieme.

AUMENTI



Successivamente abbiamo fatto $135 : 45$ (il 45 perché ed abbiamo contato il totale dei segmenti d'aumento, $(135 : 45 = 3)$). Perciò dobbiamo aggiungere 3 alla rata iniziale e così via.

$$70 \times 10 = 700$$

$$835 - 700 = 135$$

$$135 : 45 = 3$$

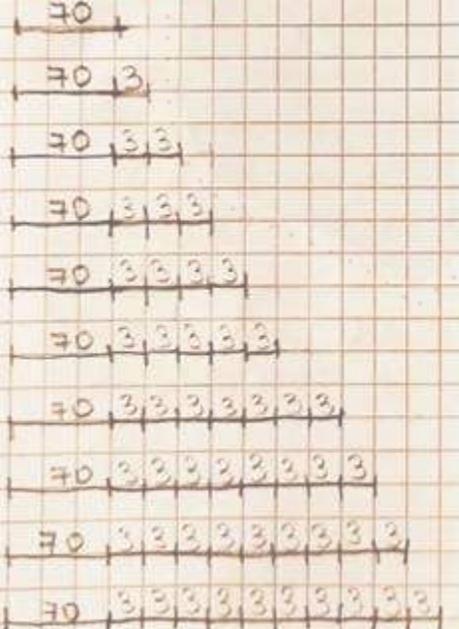
$$70 + (3 \times 9) = 97$$

Cat. 5

RISPOSTA

Per l'ultima rata Luca dovrà pagare € 97

SPIEGAZIONE



Rappresentazioni con segmenti.

In evidenza gli aumenti rispetto alla rata precedente:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 45$$

Cat. 5

Un'altra rappresentazione

cat. 7

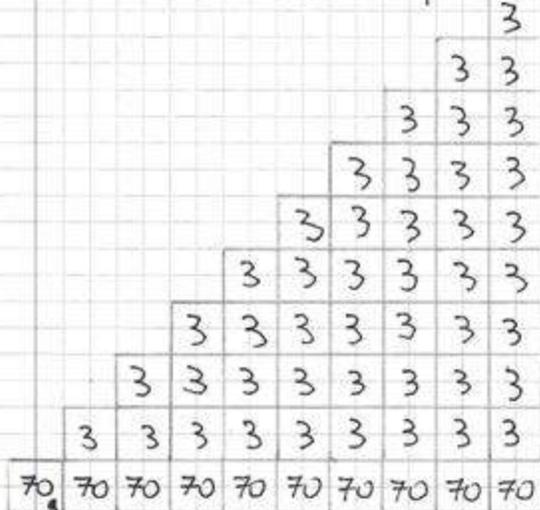
DATI

835 euro = costo computer

70 euro = prima rata

10 = rate in cui Luca deve pagare

Il computer



parti di rate che aumentano ogni volta

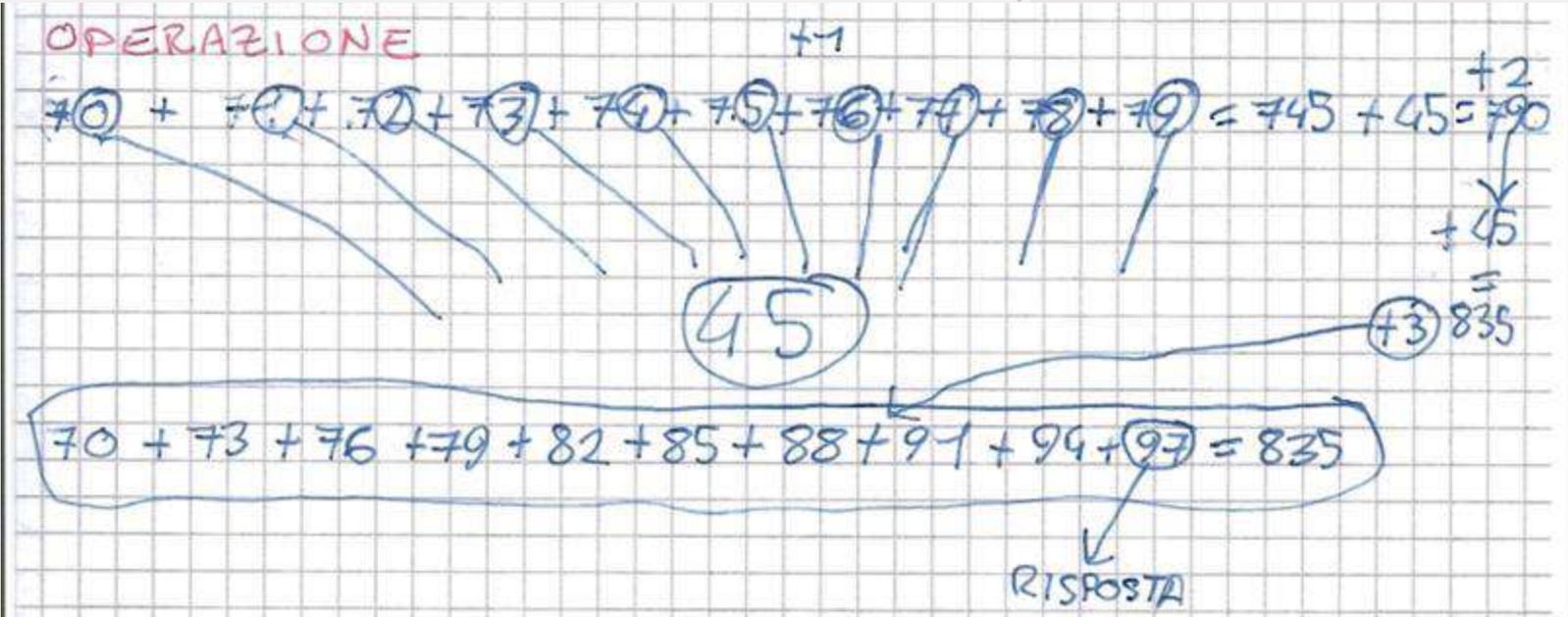
parte di rata che aumenta ogni volta =
 $(835 - 700) : 45 = 3$

$$\text{ultima rata} = 70 + (3 \cdot 9) = 97 \text{ euro}$$

RAGIONAMENTO:

Per arrivare alla conclusione abbiamo fatto uno schema con alla base 70 e le altre parti raffigurate delle rate che ogni volta aumentano e sono solo 45, quindi abbiamo fatto 135 (risultato di $835 - 700$) : 45 e abbiamo trovato 3 che è la parte di rata che aumenta ogni volta. E infine dallo schema abbiamo trovato il risultato, ovvero l'ultima rata cioè 97 .

Un primo tentativo genera un aumento di 45 € ... continuando ad aumentare di un euro....



RISPOSTA

L'ULTIMA RATA È DI 97 €.

SPIEGAZIONE

ABBIAMO SCOPERTO CHE TUTTE LE UNITÀ SOMMATE NELL'ADDIZIONE DEL "+1" FACEVANO 45, ABBIAMO AGGIUNTO IL NUMERO FINCHÉ NON ABBIAMO TROVATO IL NUMERO CHE DESSE 835 E POI ABBIAMO RIPETUTO 45 TRE VOLTE E ABBIAMO FATTO 70 + 73 E COSÌ VIA, CHE È LA TABELLA DEL "+3" E L'ULTIMA RATA MENSILE STA 97.

Compare la variabile

Cat. 7

Svolgimento / ragionamento:

40 $X=3$

40 + X = 43

40 + X + X = 46

40 + X + X + X = 49

40 + X + X + X + X = 52

40 + X + X + X + X + X = 55

40 + X + X + X + X + X + X = 58

40 + X + X + X + X + X + X + X = 61

40 + X + X + X + X + X + X + X + X = 64

~~40 + X + X + X + X + X + X + X + X + X = 67~~

la
l'ultima rata "pagherò" 97€

Categorie più avanzate: proposte risolutive di tipo algebrico che mettono in evidenza il procedimento ricorsivo

Cat. 6

PER RISOLVERE IL PROBLEMA
QUESTO SCHEMA:

70 = (1° RATA)

70 + X = (2° RATA)

(70 + X · 1) + X = (3° RATA)

(70 + X · 2) + X = (4° RATA)

(70 + X · 3) + X = (5° RATA)

(70 + X · 4) + X = (6° RATA)

(70 + X · 5) + X = (7° RATA)

(70 + X · 6) + X = (8° RATA)

(70 + X · 7) + X = (9° RATA)

(70 + X · 8) + X = (10° RATA)

PER RISOLVERE IL PROBLEMA POI ABBIAMO
IPOTIZZATO IL VALORE DI X, SEGUENDO UN
RAGIONAMENTO SENSAO, CIOE' LA X NON POTEVA
ESSERE MINORE DI 3 E DI SICURO PERCHE'
UNO E' TROPPO PICCOLO.

risposta

LA RATA AUMENTA DI ~~3€~~ 3€ OGNI
VOLTA

Una strategia non prevista

Prima rata media ar.



Cat. 7

Se le rate devono ~~sa~~ aumentare di una quantità sempre uguale, puoi dire che la metà strada il prezzo sarà di $835 : 10$.

Dopo 1^a rata e questo numero c'è una differenza di 13,5.

Uò puoi dire che tra la 1^a e l'ultima rata ci sarà una differenza di 27.

L'ultima rata sarà di 97 €.

Come in prima abbiamo constatato che l'aumento delle rate è sarà di $(27 : 9) 3$, e abbiamo sommato tutte le rate che verrebbero seguendo questa logica, la somma è di 835.

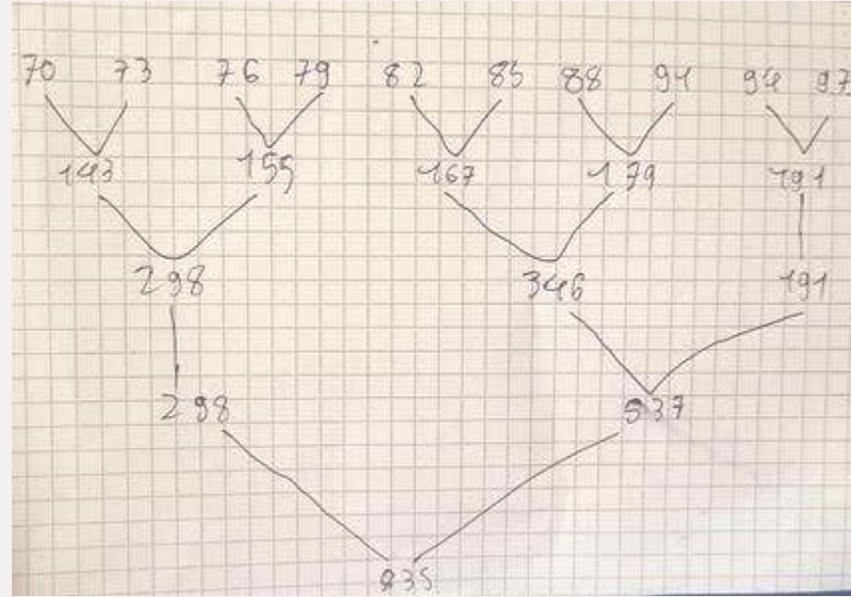
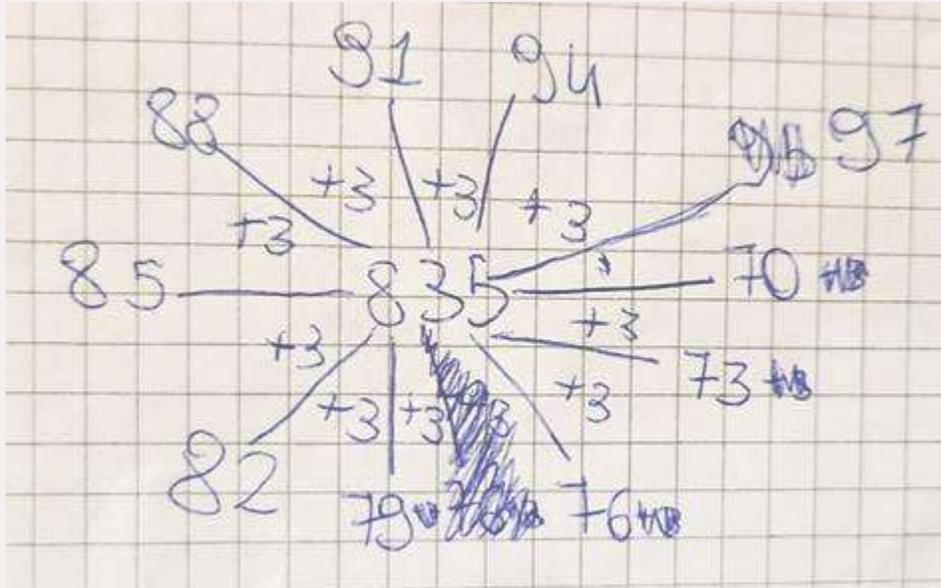
Cat. 7

La rata aumenta mentre il debito diminuisce

1° RATA 70 €	$835 - 70 = 765$
2° RATA 73 €	$765 - 73 = 692$
3° RATA 76 €	$692 - 76 = 616$
4° RATA 79 €	$616 - 79 = 537$
5° RATA 82 €	$537 - 82 = 455$
6° RATA 85 €	$455 - 85 = 370$
7° RATA 88 €	$370 - 88 = 282$
8° RATA 91 €	$282 - 91 = 191$
9° RATA 94 €	$191 - 94 = 97$
10° RATA 97 €	$97 - 97 = 0$

Cat. 6

Rappresentazioni inaspettate...



Cat. 6

Ragionamento

$$70 + (70+3) + [70+(3 \times 2)] + [70+(3 \times 3)] + [70+(3 \times 4)] + [70+(3 \times 5)] + [70+(3 \times 6)] + [70+(3 \times 7)] + [70+(3 \times 8)] + [70+(3 \times 9)]$$

AL PARCO

II PROVA 2025 - Categorie 7, 8, 9, 10

aspetti legati a:

- *rappresentazioni e scelta del Sistema di Riferimento*
- *conversione dell'unità di misura*
- *concetto di rapporto*
- *sistemi algebrici*

AL PARCO AIRM.II.13 cat.7, 8, 9, 10

Al parco giochi c'è un cavallo a molla posto poco distante da un muro in mattoncini in cui ogni fila di mattoncini è alta 5,5 cm.

Quando sul cavallo non c'è nessuno, la molla della sella termina all'altezza della 10° fila di mattoncini, contando le file a partire da terra.

Andrea sale sul cavallo con il suo zaino facendo abbassare la molla di 6 mattoncini.

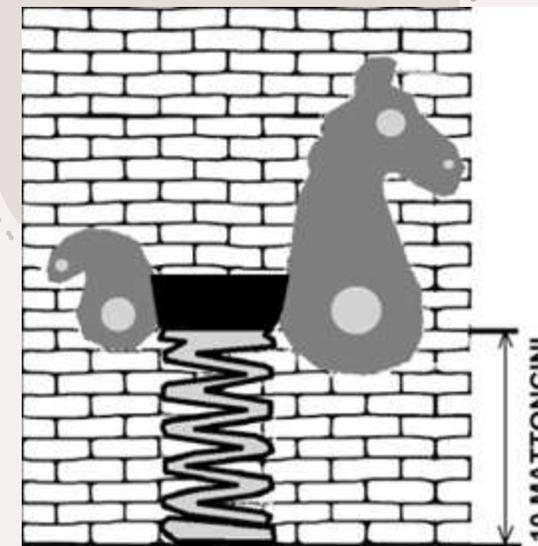
Poi Andrea lascia lo zaino sul cavallo, scende e fa salire suo fratello Carlo. La molla dista ora da terra 7 mattoncini.

Infine Andrea sale sul cavallo insieme a Carlo, lasciando a terra lo zaino.

Ora la molla dista dal suolo 16,5 cm.

Considerando che l'abbassamento della molla è sempre proporzionale al peso di ciò che sta sopra il cavallo, qual è il rapporto tra i pesi di Andrea e Carlo?

Spiegate come avete ragionato per trovare la vostra risposta.



Risposta corretta: “Il rapporto tra il peso di Andrea e quello di Carlo è $5/2 = 2,5$ ”

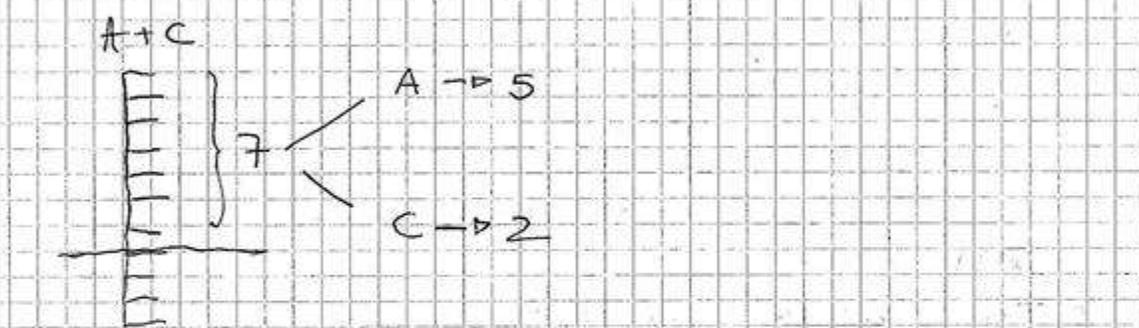
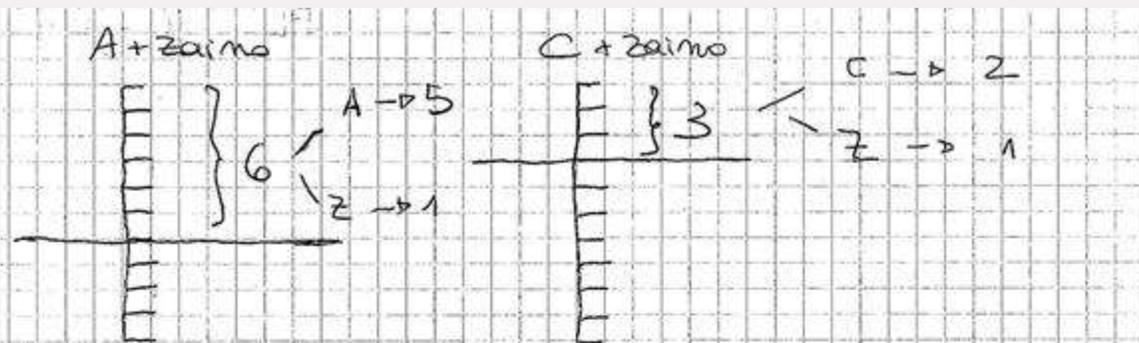
Dati forniti dal testo

COMPRESSIONE DELLA MOLLA

DA TERRA

	In mattoncini	In cm	In mattoncini	In cm
Andrea + zaino	6	33	4	22
Carlo + zaino	3	16,5	7	38,5
Andrea + Carlo	7	38,5	3	16,5

Rappresentazione e Sistema di Riferimento



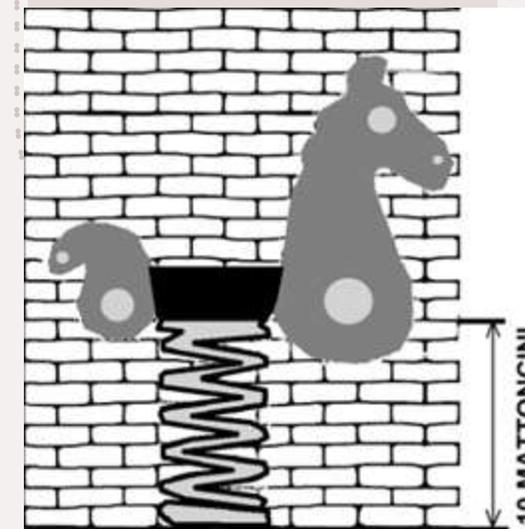
RAPPORTO $\frac{A}{C} \rightarrow \frac{5}{2}$

SPIEGAZIONE

Abbiamo rappresentato graficamente i 3 casi e abbiamo osservato di quanti mattoncini si abbassava la molla. Per tentativi, siamo arrivati alla conclusione che lo zaino corrisponde ad 1 mattoncino, Andrea a 5 mattoncini e Carlo a 3.

Cat. 7

fotografia della compressione verticale della molla: sistema di riferimento con origine in alto (quota della sella)



Dati forniti dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA	DA TERRA
Andrea + zaino	6	4
Carlo + zaino	3	7
Andrea + Carlo	7	3

Rappresentazione e Sistema di Riferimento

Cat.8

Cat.7

A = ANDREA C = CARLO Z = ZAINO

$A + C + C + Z = 55 \text{ cm}$, LA MOLLA
 ACCIVA A TERRA
 3m 7m

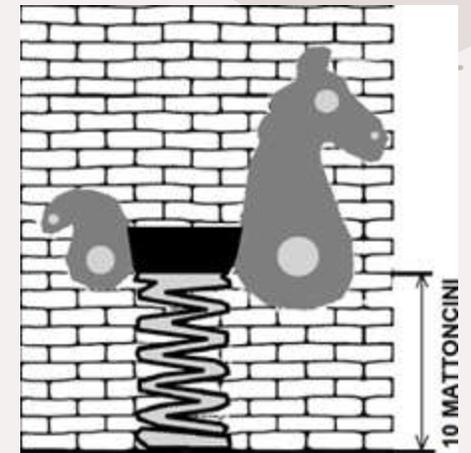
SAPPIAMO CHE ANDREA PESA DI PIÙ DI CARLO PERCHÉ SE SALE CON LO ZAINO LA MOLLA SI ABBASSA DI PIÙ, QUINDI IL NUMERO PIÙ GRANDE CHE PUÒ UTILIZZARE PER OTTENERE 3 E 2 QUINDI ANDREA DA SOLO FA ABBASSARE LA MOLLA DI 2 MATTONCINI E CARLO DA SOLO DI 1 MATTONCINO.

□ 1 mattoncino

Peso Andrea + peso zaino = 6 mattoncini
 Peso Carlo + peso zaino = 3 mattoncini
 Peso Andrea + peso Carlo = 7 mattoncini

rappresentazione della compressione verticale della molla: sistema di riferimento con origine in basso (quota da terra)

Dati forniti dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA	DA TERRA
Andrea + zaino	6	4
Carlo + zaino	3	7
Andrea + Carlo	7	3



Sistema di Riferimento e unità di misura

Cat.7

Dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA		DA TERRA	
	In mattoncini	In cm	In mattoncini	In cm
Andrea + zaino	6	33	4	22
Carlo + zaino	3	16,5	7	38,5
Andrea + Carlo	7	38,5	3	16,5

55 cm
38,5 cm
22 cm
16,5 cm

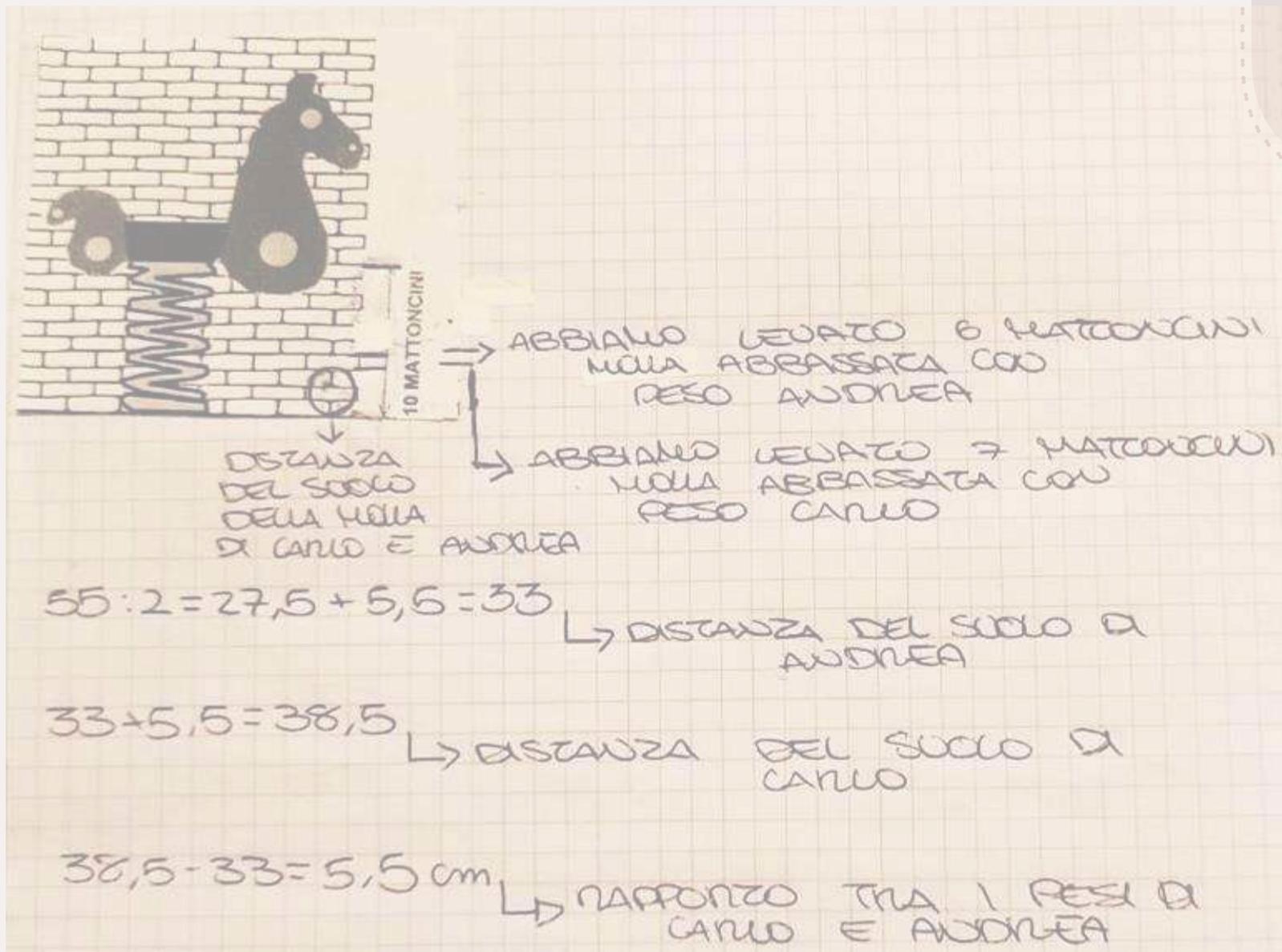
NIEGANO
CARLO + ZAINO
ANDREA + ZAINO
ANDREA + CARLO

$5,5 \text{ cm} \cdot 10 = 55 \text{ cm}$
 $5,5 \text{ cm} \cdot 4 = 22 \text{ cm}$
 $7 \text{ cm} \cdot 5,5 = 38,5 \text{ cm}$
 $5,5 \text{ cm} \cdot 3 = 16,5 \text{ cm}$

L = ALTEZZA DI UNA FIA DI MATTONI = 5,5 cm

la conversione in cm non è conveniente

L'immagine come strumento di lavoro



10 MATTONCINI
 DISTANZA DEL SUOLO DELLA MOLLA DI CARLO E ANDREA
 ABBIAMO LEVATO 6 MATTONCINI MOLLA ABBASSATA CON PESO ANDREA
 ABBIAMO LEVATO 7 MATTONCINI MOLLA ABBASSATA CON PESO CARLO
 $55 : 2 = 27,5 + 5,5 = 33$ \hookrightarrow DISTANZA DEL SUOLO DI ANDREA
 $33 + 5,5 = 38,5$ \hookrightarrow DISTANZA DEL SUOLO DI CARLO
 $38,5 - 33 = 5,5 \text{ cm}$ \hookrightarrow RAPPORTO TRA I PESI DI CARLO E ANDREA

Cat. 7

Rappresentazione: segmenti orizzontali

Dati forniti dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA	DA TERRA
Andrea + zaino	6	4
Carlo + zaino	3	7
Andrea + Carlo	7	3

Cat. 8

DATI

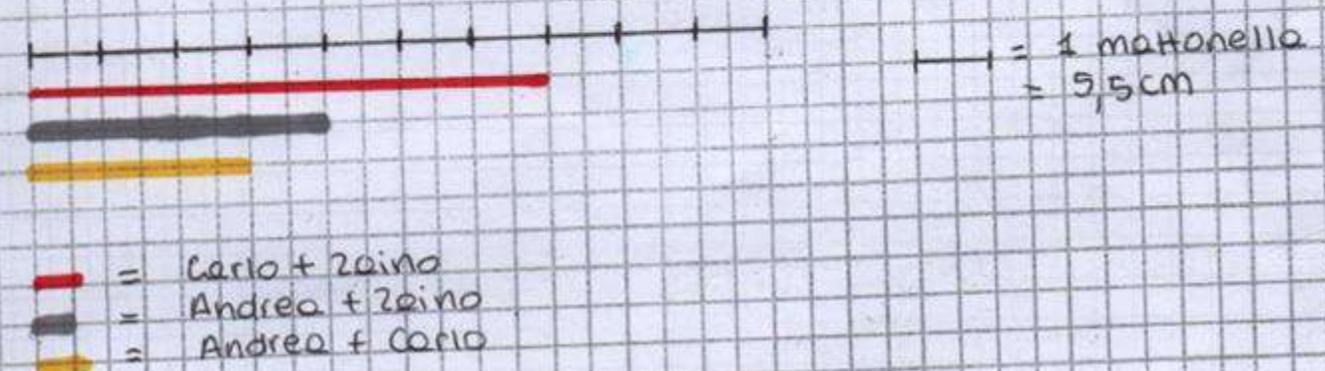
5,5cm = h mattonella

10 mattonelle = h molla senza nessuna molla

7 mattoncini = h molla con sopra Carlo e lo zaino

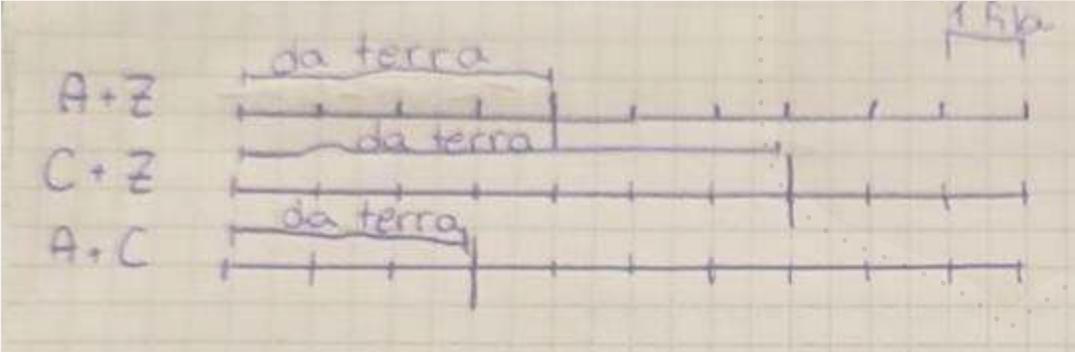
4 mattoncini = h molla con sopra Andrea e lo zaino

16,5cm = h molla con sopra Andrea e Carlo



█ = Carlo + zaino
█ = Andrea + zaino
█ = Andrea + Carlo

Cat. 7

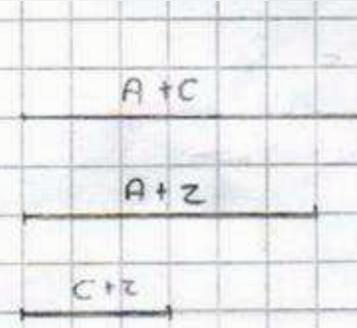


Da verticale ad orizzontale: viene utilizzata la rappresentazione standard con segmenti

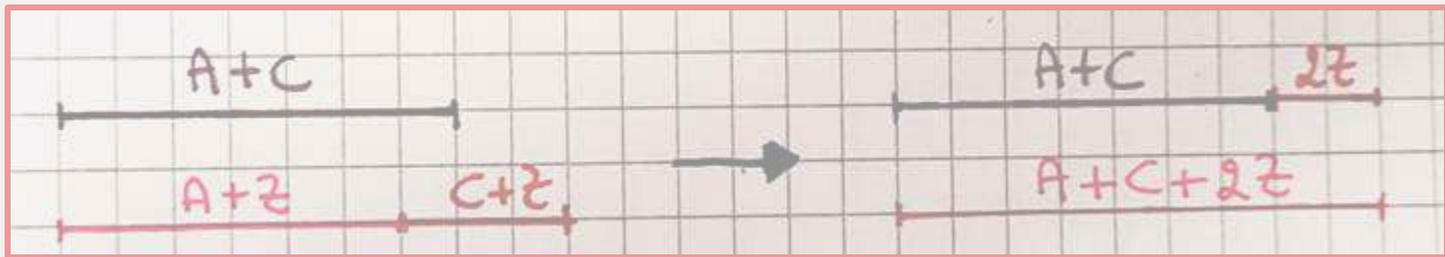
grazie al disegno con i segmenti lo abbiamo capito ...

Cat. 8

$A+C$ = abbassano la molla di ~~7~~ 7 mattoncini.
 $A+zaino$ = abbassano la molla di 6 mattoncini.
 $C+zaino$ = abbassano la molla di 3 mattoncini.
 $zaino$ = abbassa la molla di 1 mattoncino (grazie al disegno con i segmenti lo abbiamo capito)
 $A-zaino$ = abbassa la molla di 5 mattoncini.
 $C-zaino$ = abbassa la molla di 2 mattoncini.
 RAPPORTO PESO TRA ANDREA E CARLO = $\frac{A}{C} = \frac{5}{2}$ mattoncini.



$A = \text{Andrea}$
 $C = \text{Carlo}$



$16, 5 : 5, 5 = 3$ (distanza da terra con Carlo e Andrea)
 Carlo + Zaino = 3 (molla si abbassa di 3 mattoncini.)
 Andrea + Zaino = 6
 Carlo + Andrea = 7
 Siccome $6 > 3$ Andrea pesa più di Carlo.
Andrea pesa meno di 6 mentre Carlo meno di 3
ipotizzando che Andrea pesi 5 Carlo dovrebbe
pesare 2. Se Carlo pesasse 2 lo Zaino dovrebbe
pesare 1 facendo portare i calcoli, perciò l'ipotesi
è corretta.

verso un ragionamento di tipo ipotetico-deduttivo

Ipotizzando...
Dovrebbe...
Perciò....

Carlo = 2
 Andrea = 5
 Zaino = 1
 $\frac{\text{Andrea}}{\text{Carlo}} = \frac{5}{2}$

C+Z 3
 A+Z 6
 C+A 7

Cat. 8

Dati forniti dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA	DA TERRA
Andrea + zaino	6	4
Carlo + zaino	3	7
Andrea + Carlo	7	3

Il concetto di rapporto

Il rapporto tra il peso di Andrea e Carlo e di un mattone verde Andrea fa rendere il sacco di 6 mattoni e Carlo di 7 quindi $7 - 6 = 1$

Cat. 8

12 RAPPORTO TRA CARLO E ANDREA È DI $\frac{2}{5}$ (CARLO PESA 3 VOLTE IN MENO DI ANDREA)

Cat. 7

Conflitto fra il concetto di rapporto e quello di differenza.

Dati forniti dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA	DA TERRA
Andrea + zaino	6	4
Carlo + zaino	3	7
Andrea + Carlo	7	3

Facciamo una proporzione prof!

SVOLGIMENTO:

$$\text{Zaino} + \text{Andrea} = 6 \cdot 5,5 = 33 \text{ cm}$$

$$\text{Zaino} + \text{Carlo} = 4 \cdot 5,5 = 22 \text{ cm}$$

$$\text{Zaino} + \text{Carlo} = 7 \cdot 5,5 = 38,5 \text{ cm}$$

$$\text{Carlo} + \text{Andrea} = 3 \cdot 5,5 = 16,5 \text{ cm}$$

$$\text{Carlo} + \text{Andrea} = 6,5 \cdot 5,5 = 35,75 \text{ cm}$$

$$\text{Rapporto Andrea} = 55 : 10 = 22 : x$$

$$\text{Rapporto Carlo} = 55 : 10 = 7,5 : x$$

Due proporzioni senza significato:
il testo induce un percorso errato
“...l’abbassamento della molla è
sempre proporzionale al peso di ciò
che sta sopra il cavallo...”

Cat. 8

SPIEGAZIONI: Abbiamo calcolato la distanza per ogni ragazzo con lo zaino e senza.
Per fare rapporto abbiamo messo i cm da terra con la molla diviso i livelli della mattonella quando la molla è senza alcun peso.
Dall'altra parte del rapporto abbiamo messo il peso di Andrea e Carlo diviso x

La genesi di un errore standard

$$A+Z=6 \text{ (matt.)}$$

$$C+Z=7 \text{ (matt.)}$$

$$A+C=16,5 \text{ (cm)}$$

$$\text{zaino} = 38,5 : 16,5 = 22 \cdot X = 9,4 \rightarrow \text{altezza zaino}$$

$$\text{Andrea} = 4,6 = \frac{25,3}{22} \text{ cm}$$

$$\text{Carlo} = 7,6 = 41,8 \text{ cm}$$

risposta: $\frac{25,3}{41,8}$

abbiamo impostato una proporzione ~~è~~ facendo il rapporto di Carlo con lo zaino = Andrea con lo zaino (A+C) sia
 $a \cdot X = AC = A+Z \cdot X$

$$\frac{C+Z}{A+Z} \longrightarrow \frac{C}{A}$$

Cat. 8

Dati forniti dal testo	COMPRESSIONE DELLA MOLLA	DA TERRA
Andrea + zaino	6	4
Carlo + zaino	3	7
Andrea + Carlo	7	3

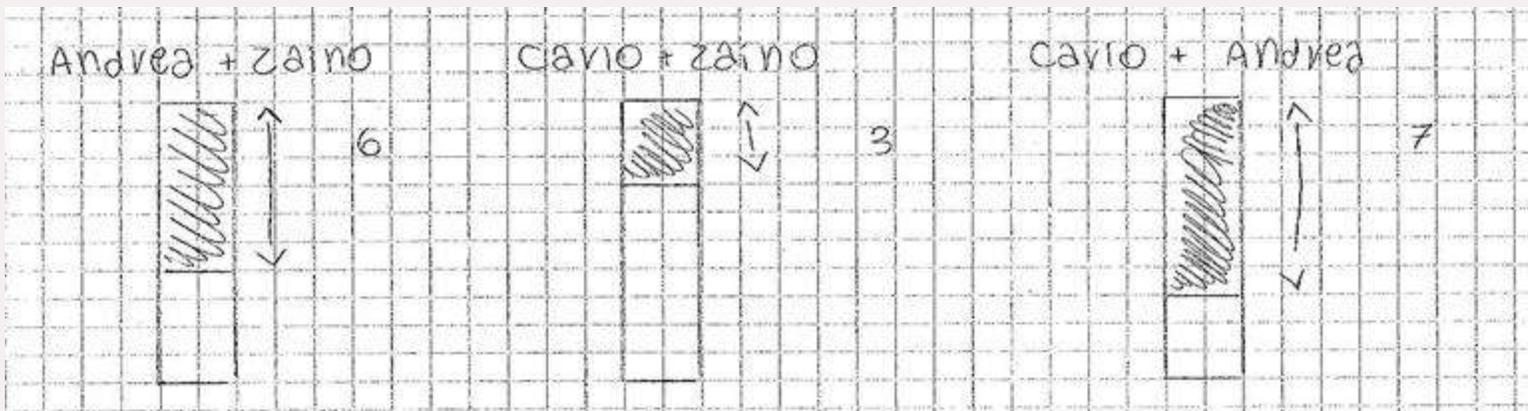
Abbiamo trovato anche in cat. 7 lo stesso errore

Abbiamo seguito tentativi per arrivare al rapporto di $= \frac{7}{4}$

Dalla rappresentazione al sistema

Cat. 8

Andrea + zaino CAVIO + zaino CAVIO + Andrea



$\uparrow \downarrow =$ si abbassa
 $16,5 = 3$ mattoncini
 $16,5 : 5,5 = 3$

$6 + 3 = \textcircled{9}$ $9 - 7 = \textcircled{2}$ $2 : 2 = \textcircled{1}$ $\textcircled{1}$ peso dello zaino
 il rapporto è $5/2$ (2,5)

RISPOSTA

Abbiamo cercato il peso in mattoni dei soggetti indicati.

Abbiamo poi sommato Andrea e CAVIO con lo zaino, al risultato abbiamo sottratto la somma tra CAVIO + Andrea. Abbiamo trovato il peso in mattoni di due zaini e di viso per trovarne 1.

Il risultato è che lo zaino pesa 1 mattone e il rapporto tra i pesi è $5/2$ (2,5)

COMPRESSIONE
DELLA MOLLA

Andrea + zaino	6
Carlo + zaino	3
Andrea + Carlo	7

$$(A + z) + (C + z) = 6 + 3 = 9$$

$$A + C = 7$$

$$2z = 9 - 7 = 2$$

$$z = 1$$

La rappresentazione delle tre configurazioni suggerisce la soluzione intuitiva di un sistema non formalizzato.

Un tentativo di formalizzazione

$$\text{Andrea} + \text{Zaino} = 6 \text{ mattoncini}$$

$$\text{Carlo} + \text{Zaino} = 10 - 7 = 3 \text{ mattoncini}$$

$$\text{Andrea} + \text{Carlo} = 7 \text{ mattoncini}$$

$$\text{Se } \text{Andrea} + \text{Carlo} + \text{Zaino} + \text{Zaino} = 9 \text{ mattoncini}$$

$$\text{e } \text{Andrea} + \text{Carlo} = 7 \text{ mattoncini}$$

$$\text{allora } \text{Zaino} + \text{Zaino} = 9 - 7 = 2 \text{ mattoncini}$$

$$\downarrow$$
$$\text{Zaino} = 1 \text{ mattoncino}$$

$$\text{Andrea} = 6 \text{ mattoncini} - \text{Zaino} = 6 \text{ mattoncini} - 1 \text{ mattoncino} = 5 \text{ mattoncini}$$

$$\text{Carlo} = 3 \text{ mattoncini} - \text{Zaino} = 3 \text{ mattoncini} - 1 \text{ mattoncino} = 2 \text{ mattoncini}$$

$$\text{Rapporto Andrea: Carlo} = 5:2 = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\text{RISPOSTA: } 5:2 \text{ oppure } \frac{5}{2} \text{ oppure } 2,5$$

Cat. 8

Un'altra soluzione spontanea di un sistema parzialmente formalizzato.

Il rapporto tra grandezze omogenee è un numero puro

DATI
A = Andrea
C = Carlo
Z = Zaino

$$\begin{aligned} 7 \text{ FILE} &= C + A &\rightarrow A &= 7 - C \\ 3 \text{ FILE} &= C + Z &C &= 7 - A \\ 6 \text{ FILE} &= A + Z &\rightarrow Z &= 6 - A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad A &= 7 - C \\ A &= 7 - [3 - (6 - A)] \\ A &= 7 - 3 + 6 - A \\ 2A &= 10 \\ A &= 5 \text{ FILE} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad C &= 7 - A \\ 7 &= C + 5 \\ 7 - 5 &= C \\ C &= 2 \text{ FILE} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad 6 &= 5 + Z \\ 6 - 5 &= Z \\ Z &= 1 \text{ FILA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad A &= 27,5 \text{ cm (5 FILE)} \\ C &= 11 \text{ cm (2 FILE)} \\ Z &= 5,5 \text{ cm (1 FILE)} \\ \frac{A}{Z} &= \frac{27,5}{5,5} = 2,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z + A + Z + C &= 33 \text{ cm} + 16,5 \text{ cm} = 49,5 \text{ cm} \\ Z + Z &= (Z + A + Z + C) - (A + C) = (49,5 \text{ cm}) - (38,5 \text{ cm}) = 11 \text{ cm} \\ Z &= \frac{Z + Z}{2} = \frac{11 \text{ cm}}{2} = 5,5 \text{ cm} \\ A &= (Z + A) - Z = 27,5 \text{ cm} \\ C &= (Z + C) - Z = 11 \text{ cm} \\ \frac{A}{C} &= \frac{27,5 \text{ cm}}{11 \text{ cm}} = 2,5 \end{aligned}$$

Cat. 9

Cat. 8

L'equazione risolvente

Cat. 8

$$A + C = 7$$

x = peso dello zaino

Handwritten solution on grid paper:

$$6 - x + 3 - x = 7$$
$$6 + 3 - 7 = x + x$$
$$\frac{2 = 2x}{2}$$
$$1 = x$$
$$6 - 1 = 5$$
$$3 - 1 = 2$$
$$5 : 2 = 2,5$$

	COMPRESSIONE
Andrea + zaino	6
Carlo + zaino	3
Andrea + Carlo	7

... inizio di formalizzazione e argomentazione incompleta

Calcolare il peso dello zaino è superfluo.

La traduzione formale del testo dei ragazzi è:

$$2C = A + C - [(A + Z) - (C + Z)]$$

RAGIONAMENTO

Andrea + zaino = scende di 6 mattoni.
 Carlo + zaino = scende di 3 mattoni.
 Andrea + Carlo = scende di 7 mattoni.
 Andrea - Carlo = ~~la~~ differenza tra AZ e $CZ = 4$
 $4 : 2 = 2 =$ Carlo scende di 2.
 Andrea scende di 5 = rapporto e Carlo
 pesa $\frac{2}{5}$ di Andrea.

Carlo pesa $\frac{2}{5}$ di Andrea.

LE BIGLIE

UN PROBLEMA IN VERTICALE

Categorie 6,7,8,9,10

aspetti legati a:

- *appropriazione*
- *rappresentazioni*
- *argomentazione*

IL PROBLEMA

Il problema (RM2025 – prima prova)

1° RM



PRIMA PROVA

febbraio 2025

25

13. BIGLIE (Cat. 6, 7, 8, 9)

Alfredo, Benny e Caio stanno giocando a biglie, ciascuno porta con sé il suo sacchettino.

Il numero di biglie di Benny è il doppio del numero delle biglie di Alfredo mentre le biglie di Caio sono il triplo di quelle di Alfredo. Nel corso del gioco Alfredo vince: Caio gli deve dare 11 biglie e Benny gliene deve dare 3.

Adesso è Caio ad avere meno biglie di tutti.

Quante biglie potrebbe avere ora Alfredo?

Trovate tutte le possibilità.

Spiegate come avete ragionato per trovare la risposta.

soluzione:

4, 5, 6, 7 che
corrispondono ai
contenuti del sacchetto di
Alfredo dopo gli
spostamenti pari a
18, 19, 20, 21.

Prime riflessioni

Problemi proposti ad un così ampio ventaglio di categorie, se ben riusciti, possono offrire un panorama rilevante sulla evoluzione delle competenze matematiche, ai diversi livelli scolari, e sui diversi livelli di capacità argomentative e rappresentative che gli studenti, lavorando in gruppo, stanno sviluppando, o possono sviluppare.

Spesso i problemi proposti a più categorie non riescono ad essere significativi a tutti i livelli scolari; a volte si penalizzano soprattutto le categorie più basse incluse.

Nel caso delle biglie ci pare invece di vedere che le caratteristiche del problema hanno consentito al meglio le analisi di cui sopra.

L'appropriazione

E' una fase rilevante, in cui gli allievi devono fare propria la situazione proposta dal problema, per comprenderla pienamente ed elaborare quindi una loro strategia risolutiva. E' evidente che la comprensione del testo ne fa parte, ma l'appropriazione è anche più della comprensione, spesso in presenza di dati relazionali, come in questo problema, può ostacolare una corretta gestione della situazione problema, anche durante la fase risolutiva. I più piccoli prevalentemente producono rappresentazioni, disegni, per appropriarsi del problema, i più «grandi» tentano a volte simbolizzazioni e formalizzazioni, non sempre con successo.

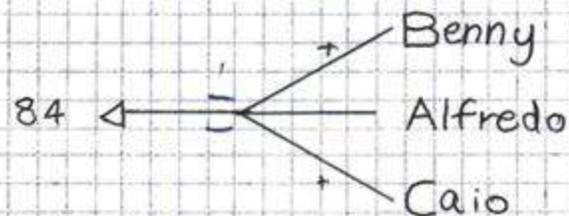
Alcune difficoltà nell'appropriazione:
quella principale è non avere un dato
numerico da cui partire

RISOLVO

$$11 + 3 = 14$$

$$14 \cdot 2 = 28$$

$$28 \cdot 3 = 84$$



SPIEGAZIONE

Inizialmente abbiamo letto il testo, poi abbiamo svolto le operazioni che ci sembravano necessarie, abbiamo messo insieme tutti i dati, li abbiamo sommati e abbiamo trovato la risposta. Pensiamo sia la risposta esatta perché rileggendo i dati il problema, i dati sono stati confermati.

Cat.6

Difficoltà ad elaborare la strategia senza dati numerici iniziali – prevalenza del calcolo, rispetto alla riflessione sui significati

Alfredo IN QUESTO MOMENTO HA 24 BIGLIE

IL RAGIONAMENTO:

ABBIAMO ~~la~~ inventato il numero delle ~~biglie~~ ~~che~~ ha Benny per capire il numero delle ~~altre~~ biglie, abbiamo fatto $20 : 2 = 10$. Poi abbiamo fatto $10 \times 3 = 30$ che è il numero di biglie di Caio.

$20 : 2 = 10$ il numero di biglie di Alfredo
il numero di biglie di Benny

$10 \times 3 = 30$ il numero di biglie di Caio
 $30 - 11 = 19$ il resto di Caio (che va pagato a Alfredo 11)
 $10 + 11 = 21$ il n° di biglie di Alfredo
 $21 + 3 = 24$ il n° di biglie infine di Alfredo
Alfredo = 24 Caio = 19 Benny = 17

Categoria 9

ALFREDO IPOTETICAMENTE ^{ALL'INIZIO} HA 10 BIGLIE, BENNY NE HA IL DOPIO, QUINDI 20 E CAIO NE HA IL TRIPLO QUINDI 30. SE ALFREDO VINCE 14 BIGLIE (11 DA CAIO E 3 DA BENNY) SI FINISCE CON:

ALFREDO: $10 + 14 = 24$ BIGLIE

BENNY: $20 - 3 = 17$ BIGLIE

CAIO: $30 - 11 = 19$ BIGLIE

ALLA FINE ALFREDO HA PIÙ BIGLIE DI TUTTI

Si rileva ancora, per alcuni, la necessità di **ipotizzare**, anche se più consapevolmente, dati numerici, con la difficoltà di seguire **formalmente** i dati relazionali. Questo atteggiamento spesso non conduce a chiedersi l'eshaustività della soluzione trovata

Aspetti legati alle rappresentazioni ***i segmenti....***

L'utilizzo dei segmenti per rappresentare dati relazionali è molto presente in tutte le categorie analizzate.

In categoria 6, non sempre questa strategia è stata già interiorizzata, a volte i ragazzi non riescono ad applicarla in maniera appropriata. Anche negli allievi più grandi riemerge, a volte abbinata a nuovi tentativi di simbolizzazione.

Categoria 6 - i segmenti

In questo caso la rappresentazione non accompagna la risoluzione

Qui la strategia è efficace, ma forse la rappresentazione grafica stessa (come abbiamo visto in più casi), ostacola la visione di altre possibilità

Abbiamo ipotizzato abbiamo ipotizzato anche che:

B	A	A	1
A	3	4	
A	11	4	
C	4	4	4

$11 + 11 = 22$
 $22 = 11 \times 2$
 $12 - 11 = 1$
 $8 - 3 = 5$
 $4 + 3 + 11 = 18$
 Alfredo = 18
 Caio = 7
 Benny = 5

$18 - 11 = 7$
 $12 - 3 = 9$
 $6 + 14 = 20$
 Alfredo = 20
 Caio = 7
 Benny = 9

Risposta:
 Abbiamo trovato la risposta con due diversi procedimenti associando a ogni bambino lo stesso numero di biglie poi moltiplicato grazie ai dati del problema

Benny = $\times 2$ Alfredo Caio = $\times 3$ Alfredo

Benny	6	6
Alfredo	6	3
Caio	6	6

$6 \times 3 = 18$
 $18 : 3 = 6$
 $6 \times 2 = 12$
 $12 - 3 = 9 = \text{Benny}$
 $9 \times 2 = 18 - 11 = 7 = \text{Caio}$
 $11 + 3 + 6 = 20 = \text{Alfredo}$

Risposta:
 Alfredo ha 20 biglie

Spiegazione ragionamento:
 Abbiamo lavorato facendo le operazioni con i segmenti. Abbiamo preso le parti dei segmenti cioè 6 e fatto i calcoli per trovare il risultato. Abbiamo moltiplicato il 6 per 3 e poi diviso il risultato sempre per 3, poi abbiamo moltiplicato $\times 2$ il risultato. Poi abbiamo sottratto per 3 da 12 che è il risultato dell'operazione prima, il risultato uscito cioè 9 sono le biglie di Benny, poi abbiamo moltiplicato $\times 2$ le biglie sottratto di Benny e sottratto 11 trovando 7 che sono le biglie di Caio. Poi abbiamo sommato 11, 3 e 6 trovando 20 biglie che sono quelle di Alfredo.

Interessanti sono anche le rappresentazioni rielaborate personalmente utili alla risoluzione

BENNY	CAIO	ALFREDO	
 12	 18	 6	PRIMA DELLA PARTITA
 9	 7	 20	Dopo la PARTITA

ALLA FINE DEL GIOCO BENNY HA 9 BIGLIE CAIO 7 E ALFREDO PERCHÉ QUANDO GOCANO CAIO DALLE SUE 18 BIGLIE NE DEVE DARE 11 AD ALFREDO CHE ARRIVA A 17 BENNY DEVE DARE 3 BIGLIE AD ALFREDO CHE ARRIVA A VENTI E CAIO HA MENO BIGLIE DI TUTTI

Cat.6

(chiaramente la rappresentazione grafica non aiuta nella visione di altre possibilità)

① ALFREDO = 19
 BENNY = 7
 CAIO = 4

② ALFREDO = 18
 BENNY = 5
 CAIO = 1

③ ALFREDO = 21
 BENNY = 11
 CAIO = 10

④ ALFREDO = 22
 BENNY = 1
 CAIO = 10

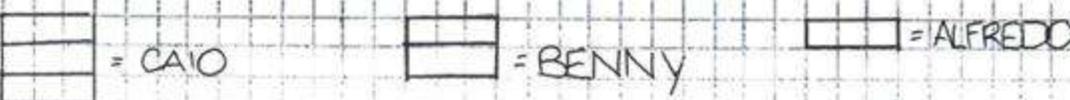
SUPERIORE A 8 CAIO NE AVEREBBE PIÙ DI BENNY (8 PARTITA FRA BENNY E CAIO)

Cat.7

Rappresentazione analoga ma più evoluta

Cat. 7

a volte la rappresentazione induce la visione di proprietà numeriche,
a volte la rappresentazione non sembra finalizzata a «spiegare» ad altri, ma solo ad
accompagnare il proprio ragionamento

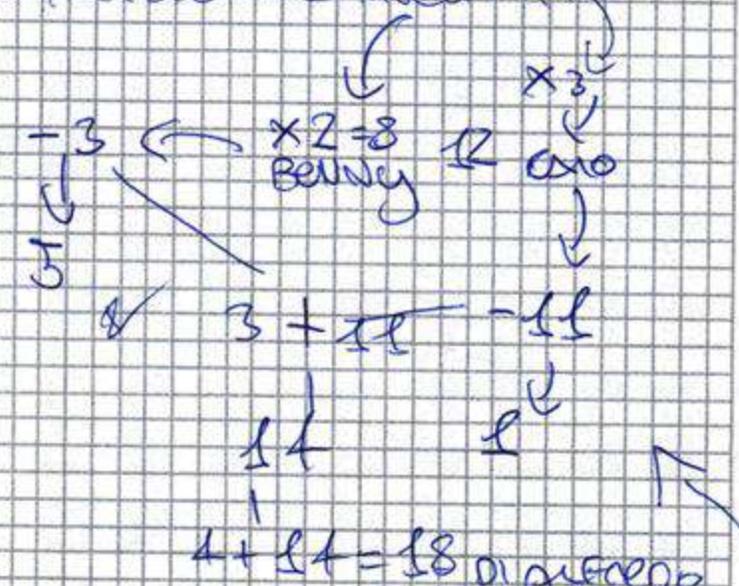


BIGLIE PRIMA CHE ALFREDO VINCESSE

FACENDO DELLE PROVE SIAMO ARRIVATI ALLA CONCLUSIONE
CHE CAIO PUO' AVERE TUTTI I NUMERI DIVISIBILI PER
3. QUINDI $N^{\circ} : 3 + (11+3) \text{ (BIGLIE DATE DA CAIO \& BENNY)} =$
BIGLIE DI ALFREDO DOPO AVER VINTO

ES 18, 16, 21, 33...

POTREBBE AVERNE 18 PK MAGARI
INIZIALMENTE ALFREDO NE AVEVA 4



~~18, 16, 21, 33...~~ SONO TUTTI I NUMERI
DAL 18 IN SU PK IL RAGIONAMENTO
FATTO CON IL 18 FUNZIONA CON
TUTTI I NUMERI SOPRA.

Ancora sulle rappresentazioni

In cat.8 compaiono tentativi di simbolizzazione, utilizzando le iniziali delle parole.
Non è ancora uno strumento potente ai fini della spiegazione e della risoluzione

$$B_1 = 2A$$

$$C_1 = 3A$$

$$A_2 = A_1 + 11 + 3$$

$$B_2 = B_1 - 3$$

$$C_2 = C_1 - 11$$

$$B_1 = 10b \quad A_1 = 5b \quad C_1 = 15b$$

$$B_2 = 10b - 3b \quad A_2 = 5b + 14b \quad C_2 = 15b - 11b$$

$$\downarrow$$

$$7b$$

$$\downarrow$$

$$19b$$

$$\downarrow$$

$$4b$$

Regola:

$$C_1 = 11 < C_1 \quad B_1 = 3 < B_1 \quad C_1 = 3A \quad B_1 = 2A$$

$$C_1 - B_1 = 1A$$

Benny = 2n Alfredo
Caio = 3n Alfredo

1) CAIO
2) BENNY
3) ALFREDO

classifica iniziale

1) Alfredo
2) Benny
3) Caio

classifica finale

BENNY = 2n - 3 / CAIO = 3n - 11

biglie partenza = 6n

3n = 11 + n
2n = 3 + n

(2n - 3) + (3n - 11) = 2n + 3n - 3 - 11 = 5n - 14 / 14 + n

↓

Alfredo (n) ha almeno 15 biglie, poiché ne ha guadagnate 14

↓

non potrebbe averne solo 14 nella fase finale perché significa che in partenza ne aveva 0 e con 0 n non sono possibili altri calcoli per le proprietà dello 0

quindi Alfredo ha almeno 15 biglie

Cat.9
Formalizzazione non ancora efficace

Aspetti legati all'argomentazione

PRIMI INDICATORI PER L'ANALISI DELLE SPIEGAZIONI E ARGOMENTAZIONI

Individuare la presenza negli elaborati di alcune caratteristiche, specificate di seguito:

- Il linguaggio utilizzato è chiaro e preciso
- Si utilizzano registri comunicativi e rappresentazioni efficaci
- Si utilizzano in modo coerente più registri rappresentativi
- Connettivi, avverbi, congiunzioni e quantificatori sono utilizzati e gestiti correttamente
- Le relazioni fra i dati sono esplicitate e rappresentate correttamente
- Non ci sono inutili ripetizioni
- Si usa una terminologia appropriata
- Si utilizzano correttamente termini specifici
- Ci sono espliciti riferimenti a conoscenze matematiche o alla teoria
- Sono presenti validazioni delle soluzioni.

Ricordare che:

- argomentare il procedimento NON è descrivere il contenuto del testo verbalmente, oppure i calcoli effettuati, e neppure la semplice verifica della risposta
- Argomentare NON è *raccontare* ciò che si è fatto, ma **spiegare il perché** del procedimento e del ragionamento risolutivo, oppure **descrivere il perché** dei tentativi effettuati e del loro successo o insuccesso;
- la spiegazione può essere espressa armonizzando eventualmente più registri rappresentativi (non necessariamente ed esclusivamente quello verbale) e deve risultare comprensibile e chiara.

ABBIAMO IPOTIZZATO CHE LE BIGLIE INIZIALI FOSSERO
 PER ALFREDO 5, PER BENNY 10 E X CAIO 15.
 POI ABBIAMO CALCOLATO QUANTE BIGLIE AVEVANO
 A FINE GIOCO: ALFREDO 19, BENNY 7 E CAIO 4 PERÒ
 LA DIFFERENZA CHE C'ERA TRA 19 E 7 ERA DI 12
 E NON DI 11 PERÒ LA DIFFERENZA TRA BENNY E
 CAIO ERA 3. ALLORA ABBIAMO TROVATO CON UN
 ALTRO NUMERO CIOÈ IPOTIZZATO CHE ALL'INIZIO
 ALFREDO AVESSSE 6 BIGLIE, BENNY 12, E CAIO 18
 ABBIAMO CALCOLATO QUANTE BIGLIE AVEVANO DOPO
 AVER GIOCATO, ALFREDO 20, BENNY 9, CAIO 7.
 MODICHE ABBIAMO VISTO CHE LA DIFFERENZA TRA
 20 E 9 È DI 11 E TRA 9 E 7 DI 2. CIOÈ
 LE BIGLIE CHE HANNO DATO AD ALFREDO, CAIO
 E BENNY E SOTTRAENDO LA SOMMA DELLE BIGLIE
 CHE GLI HANNO DATO SI RITORNA AL NUMERO
 IPOTIZZATO ALL'INIZIO QUINDI 6, QUINDI LE BIGLIE
 CHE HA ORA ALFREDO SONO 20.

CALCOLI

5 ALFREDO	PRIMO TENTATIVO (ERRATO):	18 ALFREDO	} LA DIFFERENZA TRA I DUE È DI 12
10 BENNY	DOPO AVER →	7 BENNY	
15 CAIO	GIOCATO	4 CAIO	
SECONDO TENTATIVO (GIUSTO):			
6 ALFREDO	DOPO	20 ALFREDO	} LA DIFFERENZA TRA I DUE DI 11
12 BENNY	AVER → GIOCATO	9 BENNY	
18 CAIO		7 CAIO	

$3 + 11 = 14$ CIOÈ LE BIGLIE CHE HANNO DATO AD ALFREDO
 QUANDO HANNO PERSO BENNY E CAIO
 $20 - 14 = 6$ BIGLIE CHE HA INIZIALMENTE ALFREDO

Aspetti legati alla
 formalizzazione e
 all'argomentazione:
 in cat.8 una spiegazione
 verbale, ancora sotto
 forma di racconto,
 accompagna il dettaglio
 dei calcoli

Aspetti legati all'argomentazione

SOLUZIONE: LA SOLUZIONE È CHE ALFREDO ALLA FINE PUÒ AVERE 18, 19, 20 O 21 BIGLIE. PER CALCOLARLO ABBIAMO FATTO UN PAIO DI TENTATIVI PROVANDO CON LE BIGLIE INIZIALI DI ALFREDO DIVERSE. DATO BIGLIE INIZIALI DI ALFREDO = A

BIGLIE INIZIALI DI BENNY = B

BIGLIE INIZIALI DI CATO = C

$$B = 2A \quad C = 3A \quad C - 11 < A + 11 \quad B - 3 > C - 11$$

IL NUMERO A ERA PERFORZA 4 O SUPERIORE PERCHÉ ALTRIMENTI C SAREBBE UN NUMERO PIÙ BASSO DI 11 E IN QUEL CASO RISULTEREBBE IMPOSSIBILE SOTTRARRE 11.

IL NUMERO A NON POTEVA ESSERE NEANCHE MAGGIORE DI 7 PERCHÉ LA DIFFERENZA TRA $B - 3$ E $C - 11$ È RICALATA DA $A - 8$ E, NEL NOSTRO CASO ABBIAMO B. SOGNO DI UN NUMERO NEGATIVO. LA POSSIBILITÀ DI A SONO: 4, 5, 6 E 7
QUINDI LE POSSIBILITÀ DI $A + 14$ SONO 18, 19, 20 E 21

In cat.8 compaiono esplicitamente il ragionamento sotto ipotesi e gli aspetti linguistici ad esso collegati, nonché l'uso di simboli più specifici

Le strategie - non è facile per i ragazzi vedere gli estremi dell'intervallo di possibilità (soprattutto quello superiore), e il dover spiegare lo mette in evidenza

SIAMO PARTITI DALLE BIGLIE DI CAIO E ABBIAMO FATTO UNA TABELLA IN CUI ABBIAMO CERCATO L'MCD DI 3 CHE NON FOSSE NÉ 6 NÉ 9 SICCOME CAIO HA DATO 12 BIGLIE, ABBIAMO TROVATO INFINITE POSSIBILITÀ A PARTIRE DAL N° 12.

UNA DELLE POSSIBILITÀ PUÒ ESSERE CHE CAIO ABBA 12 BIGLIE E ALFREDO NE ABBA 4, SICCOME CAIO NE HA IL TRIPLO MENTRE BENNY AVENDONE IL DOPIO NE HA 8

N° BIGLIE ALFREDO	N° B. BENNY	N° B. CAIO
4	8	12
5	10	15
6	12	18
7	14	21
8	16	24
9	18	27
10	20	30
...

Risposta

Alfredo ora potrebbe avere un numero di biglie pari o maggiore di 18

Ragionamento

Sapendo che B. Benny deve avere un numero di il doppio di biglie di Alfredo mentre Caio deve averne il triplo, quindi proviamo diversi numeri, partiamo con 2: Così Alfredo ne ha 2 Benny invece ne ha 4 e Caio ne ha 6 però così è impossibile che venga possibile il problema, dato che Caio deve dare ad Alfredo 11 biglie ma ne possiede solo 6. Però se invece proviamo con il 4 notiamo che Alfredo ne avrà 4 Benny 8 e Caio 12, qui conseguenza per Caio è possibile darne 11 ad Alfredo. Se guardiamo quante biglie ha ogni dei giocatori vediamo che Benny ne avrà 3 visto che ne aveva 11 a Alfredo, Caio invece ne ha 1 perché ne aveva 11 a Alfredo. Però qui ne ha 18 persone in partenza ne aveva 4 e ne riceve 14. 11 da Caio e 3 da Benny. Però Caio quindi possiamo dire che avrà fine del gioco Alfredo ne avrà 0 13 o un numero maggiore.

Le possibilità sembrano «infinite»

Particolarmente interessante è la **cat.9**, in cui appaiono, non sempre ancora consolidati, nuovi strumenti per la risoluzione, ma anche delle spiegazioni ben articolate e strutturate

Benny deve avere il doppio delle biglie di Alfredo, e Caio deve averne il triplo di quelle di Alfredo. Se Caio dà 11 biglie ad Alfredo, vuol dire che ne deve avere più di 11. Se Benny ne dà 3 ad Alfredo, ne deve avere almeno 4. Se per ipotesi Caio avesse 12 biglie, Alfredo ne avrebbe $\frac{1}{3}$, cioè 4, e Benny il doppio di quelle di Alfredo. Dopo la partita Alfredo ne avrebbe 18, Benny 5 e Caio 1. Allo stesso modo:

INIZIO PARTITA			FINE PARTITA		
A	B	C	A	B	C
4	8	12	18	5	1
5	10	15	19	7	4
6	12	18	20	9	7
7	14	21	21	11	10

Caio non può avere 24 biglie, Alfredo non ne può avere un suo terzo e Benny non ne può avere il doppio di Alfredo perché se tu ne togliessi 11 a Caio e 3 a Benny, Alfredo ne avrebbe 2 e sia Caio che Benny ne avrebbero 13, ma Caio ne deve avere meno di tutti, quindi non è possibile.

CAIO DEVE AVERE UN N. DI BIGLIE DI PARTENZA NATURALE CHE MOLTIPLICATO X 3 DIA UN N. MAGGIORE DI 11, DATO CHE PO DOVRA' DARE AD ALFREDO 11 BIGLIE. IN SEGUITO ABBIAMO SCRITTO IL N. DI BIGLIE DI OGNI RAGAZZO COME $a = n$. ALFREDO; $2a = r$ BENNY; $3a = n$. CAIO, E POI SOSTITUITO LA a CON IL N. 4, XCH E' IL N. + PICCOLO CHE MOLTIPLICATO X 3 DA UN N. MAGGIORE DI 4 ED E' VENUTO FUORI CHE: $4 = n$. ALFREDO; $8 = n$. BENNY; $12 = n$. A QUESTO PUNTO ABBIAMO AGGIUNTO 14 AL 4, SOTTRATTO 3 ALL'8 E 1 AL 12, RIVANANDO CHE: $18 = n$. ALFREDO, $5 = n$. BENNY, $1 = n$. CAIO. IL RAGIONAMENTO FUNZIONA, IN QUANTO CAIO SI RITROVA CON HENO BIGLIE. INFINE ABBIAMO RIPETUTO L'OPERAZIONE FINO AD ARRIVARE AL N. 8: CAIO E BENNY SI RITROVANO CON LO STESSO N. DI BIGLIE. IN CONCLUSIONE, ALFREDO POTREBBE AVERE 18, 19, 20 21 BIGLIE.

①	<table border="0"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>+14</td><td>-3</td><td>-11</td></tr> <tr><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td></tr> <tr><td>18</td><td>5</td><td>①</td></tr> </table>	a	b	c	4	8	12	+14	-3	-11	↓	↓	↓	18	5	①	<table border="0"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr> <tr><td>+14</td><td>-3</td><td>-11</td></tr> <tr><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td></tr> <tr><td>19</td><td>7</td><td>④</td></tr> </table>	a	b	c	5	10	15	+14	-3	-11	↓	↓	↓	19	7	④
a	b	c																														
4	8	12																														
+14	-3	-11																														
↓	↓	↓																														
18	5	①																														
a	b	c																														
5	10	15																														
+14	-3	-11																														
↓	↓	↓																														
19	7	④																														
③	<table border="0"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td></tr> <tr><td>+14</td><td>-3</td><td>-11</td></tr> <tr><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td></tr> <tr><td>20</td><td>9</td><td>⑦</td></tr> </table>	a	b	c	6	12	18	+14	-3	-11	↓	↓	↓	20	9	⑦	<table border="0"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>21</td></tr> <tr><td>+14</td><td>-3</td><td>-11</td></tr> <tr><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td></tr> <tr><td>21</td><td>11</td><td>⑩</td></tr> </table>	a	b	c	7	14	21	+14	-3	-11	↓	↓	↓	21	11	⑩
a	b	c																														
6	12	18																														
+14	-3	-11																														
↓	↓	↓																														
20	9	⑦																														
a	b	c																														
7	14	21																														
+14	-3	-11																														
↓	↓	↓																														
21	11	⑩																														
⑤	<table border="0"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>8</td><td>16</td><td>24</td></tr> <tr><td>+14</td><td>-3</td><td>-11</td></tr> <tr><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td></tr> <tr><td>22</td><td>⑬</td><td>⑬</td></tr> </table>	a	b	c	8	16	24	+14	-3	-11	↓	↓	↓	22	⑬	⑬																
a	b	c																														
8	16	24																														
+14	-3	-11																														
↓	↓	↓																														
22	⑬	⑬																														

Benny deve essere un multiplo di 2 maggiore di 3 mentre Caio deve avere un numero di biglie multiplo di 3 e maggiore di 11.

Perciò il valore minimo che Le biglie iniziali di Alfredo possono avere è 4.

$$4 \cdot 2 = 8 = \text{biglie iniziali di benny}$$

$$4 \cdot 3 = 12 = \text{biglie iniziali di Caio}$$

Abbiamo fatto una tabella mostrando i valori aggiungendo ad a (Alfredo) sempre una biglia.

a	b	c	a'	b'	c'
4	8	12	18	5	1
5	10	15	19	7	4
6	12	18	20	9	7
7	14	21	21	11	10
8	16	24	22	13	13

a = n° biglie iniziali Alfredo
 b = n° biglie iniz. Benny
 c = n° biglie iniz. Caio
 a' } valori
 b' } = dopo aver giocato
 c' }

Alfredo potrebbe avere 18; 19; 20, ~~21~~ 21 biglie.

Non può averne 22 perché in quel caso $b' = c'$

Cat.9: più precisa ed efficace la risoluzione legata a competenze già acquisite

Compaiono però nuove forme di simbolizzazione, e nuovi strumenti per la risoluzione.

Tutto questo spesso sostituisce la spiegazione puramente verbale

$$x = \text{ALFREDO}$$

$$2x = \text{BENNY}$$

$$3x = \text{CAIO}$$

DEBBANO SODDISFAR LA CONDIZIONE: $3x - 11 < 2x - 3 < x + 11 + 3$

PRENDENDO I NUMERI DA 1 A 10. VIENE RISPONDATA SOLO CON:

4, 5, 6, 7.

$$\begin{array}{l} \text{ES: } x=4 \\ 2x=8 \\ 3x=12 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{ES: } x=4 \\ 2x=8 \\ 3x=12 \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{12-11 < 8-3 < 4+11+3}{1 < 5 < 18}$$

$$\begin{array}{l} x=7 \\ 2x=14 \\ 3x=21 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x=7 \\ 2x=14 \\ 3x=21 \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{21-11 < 14-3 < 7+11+3}{10 < 11 < 21}$$

vale anche con il 5 e il 6.

$$\text{ALFREDO} = x$$

$$\text{BENNY} = 2x$$

$$\text{CAIO} = 3x$$

ALFREDO N' BIGLIE ALLA FINE = ?

$$\text{BIGLIE RICEVUTE DA A' ALLA FINE} = (11+3) = 14$$

$$\text{ALFREDO FINE} = x + 14 = (4+14), (5+14), (6+14), (7+14)$$

$$\text{CAIO FINE} = (x \cdot 3) - 11 = (4 \cdot 3) - 11, (5 \cdot 3) - 11, (6 \cdot 3) - 11, (7 \cdot 3) - 11$$

$$\text{BENNY FINE} = (x \cdot 2) - 3 = (4 \cdot 2) - 3, (5 \cdot 2) - 3, (6 \cdot 2) - 3, (7 \cdot 2) - 3$$

$$x = 4, 5, 6, 7$$

$$\text{ALFREDO N' BIGLIE FINE TOTALI} = 18, 19, 20, 21$$

IL NUMERO MINIMO SOSTITUIBILI A X È 4 PERCHÉ (4 · 3) - 11 VIENE 1 E ALTRIMENTI SI ANDREBBE IN NEGATIVO.

LE BIGLIE di ALFREDO ~~è~~ INIZIALMENTE SONO UGUALI A x , QUELLE di BENNY SONO UGUALI A $2x$ e QUELLE di CAIO SONO UGUALI A $3x$. NEL CORSO della PARTITA, ALFREDO GUADAGNA 14 BIGLIE (11 da CAIO e 3 da BENNY). BENNY ne PERDE 3 e CAIO NE PERDE 11. ABBIAMO TROVATO IL SEGUENTE CONFRONTO: $x + 14 > 2x - 3 > 3x - 11$

PER TROVARE IL VALORE di x , cioè le Biglie di ALFREDO, ~~non~~ ABBIAMO AGITO PER TENTATIVI. SE AD x ASSIGNAMO UN VALORE PARI A: 4; 5; 6; ~~7~~, OTTIENIAMO dei RISULTATI che SONO STATO il FATTO che ALFREDO ABBAIA PIÙ BIGLIE di TOUTI e CAIO ne ABBAIA MENO di TOUTI.

$$\text{Se } x = 4 \rightarrow x + 14 > 2x - 3 > 3x - 11 \\ 18 > 5 > 1$$

$$\text{Se } x = 5 \rightarrow x + 14 > 2x - 3 > 3x - 11 \\ 19 > 7 > 4$$

$$\text{Se } x = 6 \rightarrow x + 14 > 2x - 3 > 3x - 11 \\ 20 > 9 > 7$$

$$\text{Se } x = 7 \rightarrow x + 14 > 2x - 3 > 3x - 11 \\ 21 > 11 > 10$$

QUINDI ALFREDO POTREBBE AVERE ORA 18; 19; 20 o 21 BIGLIE, PERCHÉ: ~~MAKINZAM~~

$$\begin{array}{l} 4 + 14 = 18 \quad (x = 4) \\ 5 + 14 = 19 \quad (x = 5) \\ 6 + 14 = 20 \quad (x = 6) \\ 7 + 14 = 21 \quad (x = 7) \end{array}$$

La descrizione verbale della procedura aritmetica viene sostituita dalla descrizione verbale della strategia algebrica: il nuovo strumento (soprattutto l'utilizzo della disequazione) consente di vedere la pluralità delle soluzioni, ma anche i loro vincoli

Abbiamo assegnato la variabile X al numero di Biglie di Alfredo.

~~Biglie~~

$$\rightarrow \text{Numero Biglie Benny} = 2X$$

$$\text{Numero Biglie Cole} = 3X$$

Successivamente abbiamo scritto le relazioni sotto forma di sistema di disequazioni:

$$3X - 11 < X + 11 + 3$$

$$3X - 11 < 2X - 3$$

$$2X < 25$$

$$X < 8$$

Politicando che il numero di biglie non possa essere negativo

$$15 \leq X \leq 8$$

Quindi il numero di biglie di Alfredo è compreso tra 15 e 22.

Quindi se Y è la variabile di Biglie di Alfredo Alla fine del gioco,

$$15 \leq Y \leq 22$$

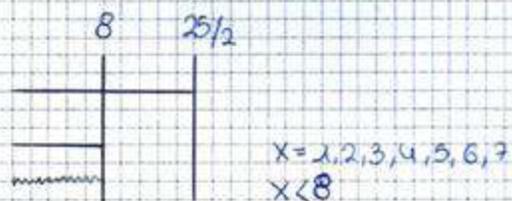
...anche se non tutti i vincoli sono assunti correttamente

Dati:
 $B = 2A$
 $C = 3A$
 $A = X$ durante il gioco
 $S = 3X - 11$
 $B = 2X - 3$

Caso ha meno biglie di tutti quindi:

$$\begin{cases} 3X - 11 < 2X - 3 \\ 3X - 11 < X + 11 + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X - 2X < -3 + 11 \\ 3X - X < 14 + 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X < 8 \\ X < \frac{25}{2} \end{cases}$$



Importante il tentativo di utilizzare le nove tecniche sulle disequazioni, che però non sempre si controllano ancora completamente

$$B.A. = X \Rightarrow X + 11 + 3$$

$$B.B. = 2X \Rightarrow 2X - 3$$

$$2X \geq 4$$

$$B.C. = 3X \Rightarrow 3X - 11$$

$$3X \geq 12$$

$$1) X = 2 \quad 2X = 4 \quad 3X = 6 \rightarrow \text{impossibile}$$

$$2) X = 3 \quad 2X = 6 \quad 3X = 9 \rightarrow \text{impossibile}$$

$$3) X = 4 \quad 2X = 8 \quad 3X = 12 \rightarrow \text{ok} = X \geq 4$$

$$3X - 11 < X + 14$$

$$3X - X < 25 = X < 12,5 = X < 12$$

$$4 < X \leq 7$$

$$3X - 2X < 11 - 3$$

$$X < 8$$

$$X \leq 7$$

$$18 - 21$$

vincoli: $A, B, C \in \mathbb{N}_0$
 $A_2, B_2, C_2 \in \mathbb{N}_0$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = A \\ B = 2A \\ C = 3A \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A_2 = A + 11 + 3 \\ B_2 = 2A - 3 \\ C_2 = 3A - 11 \end{array} \right.$$

Essendo che Carlo alla fine ha meno biglie di tutti vuol dire $3A - 11 < 2A - 3$ e quindi ricavo che $A < 8$; inoltre dal numero iniziale di Carlo devo sottrarre 11 ed ottenere un numero naturale: $3A > 11$ e quindi $A \geq \frac{11}{3} \cong 4$; quindi A è compreso tra 8 e 4 e quindi $A_2 \geq \frac{11}{3}$, svolgendo il sistema, è compreso tra 18 e 22

Cat.9

Qui, nonostante il brutto italiano, c'è una interessante interpretazione delle scritture algebriche in termini verbali

Il problema ci dice che ci sono 3 giocatori di biglie e tutti hanno una corrispondenza matematica tra di loro. Benny ha il doppio delle biglie di Alfredo e Caio ha il triplo delle biglie di Alfredo.

Mettiamo questi valori in corrispondenza di X . Per il problema ci dice anche che Alfredo vince, ciò significa che sia Caio che Benny dovranno dargli delle biglie. Infine ci chiede di trovare tutte le possibilità che ~~rimangono~~ a Caio rimangano meno biglie rispetto agli altri. A tentativi abbiamo attribuito a X diversi valori che soddisfano i requisiti del problema. Perciò abbiamo trovato che alla X possiamo dare valori tra 4 e 7. Siamo partiti da zero per arrivare a 10 per trovare il margine di errore.

Come spiegato in precedenza i valori dati alla X li abbiamo sostituiti nel sistema finché abbiamo trovato valori errati e valori giusti.

Per esempio se $x=0$

$$\begin{cases} C & 3 \cdot 0 - 11 \\ A & 0 + 11 + 3 \\ B & 2 \cdot 0 - 3 \end{cases}$$

Come dimostrato dall'esempio un numero di biglie negativo non esiste

$$\begin{cases} C & -11 \\ A & 14 \\ B & -3 \end{cases}$$

Cat.9

Il tentativo di «spiegare» in termini esclusivamente verbali si rivela pesante nella lettura e non del tutto efficace

poteticamente se Caio doveva dare 11 biglie, all'inizio ne aveva di più e, in quanto il numero delle biglie di Caio è il triplo di quelle di Alfredo, Alfredo potrebbe averne 4, Benny di conseguenza 8 e Caio 12. Dopo la ridistribuzione ne rimarrebbero 1 a Caio, 3 a Benny e 18 ad Alfredo. Di conseguenza queste sono tutte le altre possibilità per cui Caio rimarrebbe quello con meno biglie:

	Pre-distribuzione	Post-distribuzione
Alfredo	4/5/6/7	18/19/20/21
Benny	8/10/12/14	5/7/9/11
Caio	12/15/18/21	1/4/7/10

Se Alfredo avesse 8 biglie, dopo la ridistribuzione Caio avrebbe lo stesso numero di biglie di Benny e questo non lo renderebbe quello con meno biglie.

Nonostante i ragazzi non abbiano ritenuto di esplicitare il dettaglio dei calcoli aritmetici, qui sono presenti tutti gli aspetti rilevanti che abbiamo analizzato:

- appropriazione
- Rappresentazioni
- terminologia specifica e appropriata
- argomentazione e ragionamento sotto ipotesi

A voi la parola...

Grazie!

È...

AIRM

ASSOCIAZIONE ITALIANA RALLY MATEMATICO

